

### تعیین میدان تنش در اطراف مغارهای ذخیره‌سازی گاز با استفاده از توابع پتانسیل مختلط و نگاشت همدیس

علیرضا کارگر<sup>۱\*</sup>؛ رضا رحمان‌نژاد<sup>۲</sup>؛ محمد علی حاج عباسی<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی دکترای تخصصی معدن؛ دانشکده فنی؛ دانشگاه شهید باهنر کرمان

۲- استاد؛ گروه مهندسی معدن؛ دانشگاه شهید باهنر کرمان

۳- استادیار؛ گروه مهندسی مکانیک؛ دانشگاه شهید باهنر کرمان

دریافت دست‌نوشته: ۱۳۹۲/۰۸/۱۲؛ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۱۰/۰۹

#### چکیده

#### واژگان کلیدی

مغار

الاستیسیته خطی

توابع پتانسیل مختلط

نگاشت همدیس

در این مقاله راه‌حلی تحلیلی برای تعیین میدان تنش در اطراف مغارهای گازی، تحت فشار داخلی ثابت، ارائه می‌شود. توده‌سنگ بصورت الاستیک و ایزوتروپ در نظر گرفته شده است. به علت پیچیدگی در حل مساله برای شکل غیردایروی مغار، توابع پتانسیل مختلط موس‌خلیشویلی همراه با نگاشت همدیس مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در نهایت جوابهای تحلیلی با مقادیر بدست آمده از نرم‌افزار اجزاء محدود *Phase 2* برای دو حالت مدل وزن‌دار و بدون وزن مقایسه شده‌اند که همگرایی خوبی را بین جواب‌ها نشان می‌دهد. تنها در نقاطی از دیواره که انحناء و در نتیجه تمرکز تنش بیشتر است اختلاف میان جواب‌ها افزایش می‌یابد. از این روش می‌توان به‌عنوان روشی با فرایند حل سریع و دقتی به‌مراتب بیشتر از روش‌های عددی در تحلیل تنش اطراف حفاریات غیردایروی و یا در مسائل آنالیز برگشتی به منظور بدست آوردن پارامترهای توده‌سنگ استفاده نمود.

#### ۱- مقدمه

روش‌های عددی با وجود توانایی بالا در حل مسائل پیچیده دارای معایبی می‌باشند که از جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد: (۱) جواب آنها به ابعاد و شرایط مرزی مدل وابسته است. (۲) ابعاد متفاوت المان‌ها منجر به پاسخ‌های متفاوت می‌گردد. (۳) انتخاب توابع تقریب در روش‌هایی همچون اجزاء محدود تاثیر بسزایی در جواب نهایی دارد. (۴) وجود گرادینان بالای تنش نیز منجر به افزایش خطا در روش‌هایی همچون اجزای محدود می‌گردد [2].

در روش‌های تحلیلی برخلاف روش‌های عددی به جواب‌های بسته‌ای می‌رسیم که روند عمومی تاثیر پارامترها را به ما نشان می‌دهند. در این روش‌ها هرچه خصوصیات مسئله به شرایط مفروض روش نزدیک‌تر باشد جواب دقیق‌تر می‌باشد. علاوه بر این بعضی از پدیده‌ها همچون تمرکز تنش در اطراف نوک ترک‌ها تنها توسط روابط تحلیلی با اطمینان

یکی از مسائل مهم در مکانیک سنگ محاسبه تنش و جابجایی در اطراف حفاریات می‌باشد. در مقیاس ماکروسکوپی محاسبه تنش و جابجایی در اطراف گمانه‌ها، تونل‌ها، مغارها و حفاریات معدنی دارای اهمیت فراوانی در مهندسی نفت، معدن و عمران می‌باشد. در مقیاس میکروسکوپی محاسبه تنش و جابجایی در اطراف حفره‌ها و ترک‌های موجود در سنگ از مراحل اساسی برای ارائه تئوری‌های شکست و تغییر شکل برای سنگ محسوب می‌شود. از آنجا که مقیاس تاثیر در روابط اساسی الاستیسیته خطی ندارد روش محاسبه برای حالت‌های بزرگ مقیاس و کوچک مقیاس شبیه یکدیگر است [1].

روش‌های عددی دارای کاربردی فراوان در محاسبه میزان تنش و جابجایی در اطراف حفاریات و توده‌سنگ است.

اشکال ه بمنظور تحلیل تنش استفاده شده است.

## ۲- بیان مساله

مساله مورد بررسی، تعیین میدان تنش در اطراف مغارهای ذخیره‌سازی گاز با مقطع غیردایروی، تحت فشار داخلی ثابت می‌باشد. مغار در چنان عمقی حفر شده است که مساله را می‌توان به صورت یک حفره غیردایروی در صفحه بینهایت تصور کرد که تحت تنش یکنواخت  $\sigma_h$  و  $\sigma_v$  در بینهایت قرار دارد. مساله را می‌توان بصورت ناحیه نامتناهی  $S$  احاطه شده توسط مرز داخلی  $L$  در صفحه مختلط  $Z$  بیان نمود (شکل ۱).

نگاشت همردیس  $w(\xi)$  را از صفحه  $\xi$  به صفحه  $Z$  به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$w(\xi) = Re^{i\frac{\pi}{2}} \left( \xi + \sum_{j=1}^n \omega_j \xi^{-j} \right) \quad (1)$$

این نگاشت تمام نقاط  $\eta$  بر روی مرز دایره‌ای شکل با شعاع واحد در صفحه  $\xi$  را به روی نقاط روی مرز  $L$  در صفحه مختلط  $Z$  منتقل می‌کند، علاوه بر این، ناحیه  $\gamma$  احاطه شده توسط مرز  $\eta$  را به ناحیه  $S$  در صفحه  $Z$  تصویر می‌نماید (شکل ۱). طبق نظریه کولوسوو و موس‌خلیشویلی توابع پتانسیل مختلط  $\phi$  و  $\psi$  برای ناحیه  $\gamma$  وجود دارند به طوری که مولفه‌های تنش بر حسب آن‌ها به صورت زیر بیان می‌گردد.

$$\sigma_\rho + \sigma_\theta = 2 \left( \frac{\phi'(\xi)}{w'(\xi)} + \overline{\frac{\phi'(\xi)}{w'(\xi)}} \right)$$

$$\sigma_\theta - \sigma_\rho + 2i\tau_{\rho\theta} = \frac{2e^{2i\theta}}{w'(\xi)} \left\{ w(\xi) \right.$$

$$\left. \frac{\phi''(\xi)w'(\xi) - \phi'(\xi)w''(\xi)}{(w'(\xi))^2} + \psi'(\xi) \right\} \quad (2)$$

که در این جا  $\sigma_\rho$ ،  $\sigma_\theta$  و  $\tau_{\rho\theta}$  مولفه‌های شعاعی، مماسی و برشی تنش می‌باشند. شکل عمومی توابع  $\phi$  و  $\psi$  به صورت زیر می‌باشد.

$$\phi(\xi) = \Gamma w(\xi) + \phi_0(\xi) \quad (3)$$

بالا تعیین می‌شوند [3]. هرچند در بیشتر روابط تحلیلی فرض بر این است که سنگ دارای رفتار الاستیک خطی می‌باشد، زیرا در غیر این‌صورت یافتن راه‌حل بسته پیچیده می‌گردد.

یکی از روش‌های تحلیلی که در بدست آوردن میدان تنش و جابجایی در محیط الاستیک کاربرد دارد استفاده از توابع پتانسیل مختلط موس‌خلیشویلی می‌باشد [4]. در این روش با بکارگیری نگاشت همردیس و توابع موهومی موس‌خلیشویلی معادلات مشخصه تنش و جابجایی تعیین می‌شود و سپس با استفاده از این توابع میدان تنش و جابجایی در جسم تعیین می‌گردد.

از جمله مسائل تئوری الاستیسیته که در آن از توابع پتانسیل مختلط بمنظور حل استفاده شده است می‌توان به تحلیل انجام گرفته توسط اکساداکتیلِس اشاره نمود [5]. ایشان راه‌حل جدیدی را برای محاسبه تنش و جابجایی در اطراف تونل‌های غیردایروی بر اساس توابع مختلط با فرض محیط با رفتاری الاستیک و شرایط کرنش صفحه‌ای ارائه داد. در ادامه روشی نیمه تحلیلی برای محاسبه تنش و جابجایی در اطراف تونل‌های دایروی دارای گوشه که دچار شکست شده‌اند را نیز ارائه کرد [6].

شوکلای راه‌حل جدیدی را برای محاسبه تنش و جابجایی در نگهداری بتونی و توده‌سنگ اطراف تونل‌های دایره‌ای شکل در محیطی الاستیک ارائه داد [7].

بویت (۲۰۰۹) روش تحلیلی جدیدی را با استفاده از توابع مختلط برای محاسبه عکس‌العمل نگهداری توده‌سنگ برای تونل‌های دایره‌ای و مستطیلی شکل عمیق در شرایط زهکشی شده و زهکشی نشده ارائه داد [8]. ایشان در مدل خود فرض کردند که تنش برجای اولیه تنها تنش برشی می‌باشد.

باتیستا میدان تنشها و جابجایی‌ها را در اطراف حفرات غیردایروی با استفاده از توابع مختلط موس‌خلیشویلی و نگاشت شوارتز-کریستوفل تعیین نمود [9].

در این تحقیق با استفاده از متغیرهای مختلط در تئوری الاستیسیته صفحه‌ای، تنش در اطراف مغارهای ذخیره‌سازی گاز، تحت فشار داخلی ثابت، تعیین می‌گردند. از آنجا که مغارهای کپسولی و هویجی شکل رایج‌ترین اشکال در بین مغارهای ذخیره‌سازی گاز می‌باشند، از این

$$\psi(\xi) = \Gamma w(\xi) + \psi_0(\xi)$$

که در این جا

$$\Gamma = \frac{1}{4}(\sigma_1 + \sigma_2)$$

$$\Gamma' = -\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)e^{-2i\alpha}$$

(۵)

$$\varphi_0(\xi) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i \xi^{-i}$$

(۴)

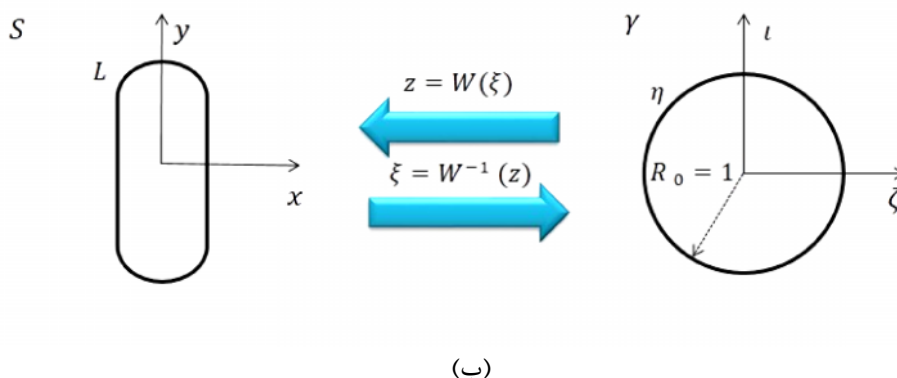
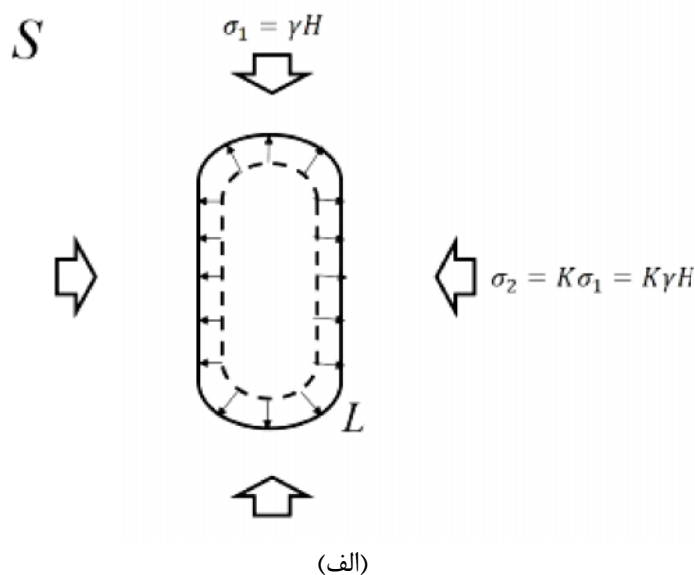
$$\psi_0(\xi) = \sum_{i=0}^{\infty} b_i \xi^{-i}$$

که در این جا  $\sigma_1$  و  $\sigma_2$  مولفه‌های اصلی تنش در

بینهایت و  $\alpha$  زاویه میان محور  $\sigma_1$  و جهت مثبت محور  $x$  است.

$\varphi_0(\xi)$  و  $\psi_0(\xi)$  توابع تحلیلی در میدان  $\gamma$

می‌باشند؛  $\Gamma$  و  $\Gamma'$  ثوابت حقیقی و مختلط هستند که با توجه به میزان تنش در بینهایت به صورت زیر تعیین می‌شوند.



شکل ۱- الف) حفره‌ی غیر دایروی تحت شرایط بارگذاری و ب) نگاشت حفره غیر دایروی به دایره با شعاع واحد

### ۳- روش حل

برای حل مساله از شرایط مرزی مسئله، که همان تنش فشاری  $p_i$  بر روی مرز  $L$  است استفاده می‌کنیم

$$\varphi(t) + \frac{w(t)}{w'(t)} \overline{\varphi'(t)} + \overline{\psi(t)} = -p_i w(t) \quad (6)$$

با مزدوج کردن طرفین معادله (۶) و ضرب هسته کوشی و انتگرال‌گیری بر روی دایره با شعاع واحد ( $t = e^{i\theta}$ ) به معادله زیر می‌رسیم.

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\eta} \overline{\varphi\left(\frac{1}{t}\right)} \frac{dt}{t-\xi} + \frac{1}{2\pi i} \int_{\eta} \overline{\frac{w\left(\frac{1}{t}\right)}{w'(t)}} \overline{\varphi'(t)} \frac{dt}{t-\xi} + \frac{1}{2\pi i} \int_{\eta} \overline{\psi(t)} \frac{dt}{t-\xi} = -\frac{1}{2\pi i} \int_{\eta} p_i \overline{w\left(\frac{1}{t}\right)} \frac{dt}{t-\xi} \quad (7)$$

عبارت  $\frac{\overline{w\left(\frac{1}{t}\right)}}{w'(t)}$  را بصورت زیر می‌توان نمایش داد

$$\frac{\overline{w\left(\frac{1}{t}\right)}}{w'(t)} = \sum_{j=0}^n q_j t^j + \sum_{j=1}^{n+1} \frac{l_j}{t-\beta_j} \quad (8)$$

که در این جا

$$\begin{aligned} l_j &= v_{1j} + v_{2j} i \\ \beta_j &= r_j (\cos(\alpha_j) + i \sin(\alpha_j)) \end{aligned} \quad (9)$$

توابع  $\mu_i$  و  $\chi_{i,k}$  بصورت زیر تعریف می‌گردند:

$$\begin{aligned} \chi_{i,k} &= \begin{cases} 1 & i = k \\ 0 & i \neq k \end{cases} \\ \mu_i &= \begin{cases} 1 & i \leq n \\ 0 & i > n \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

در نهایت معادله (۷) پس از انتگرال‌گیری و استفاده از سری‌ها بصورت دستگاه چند معادله چند مجهول زیر، بر حسب ضرایب  $a_i$  و  $b_i$ ، به دست می‌آید.

$$\begin{bmatrix} [A_1]_{n_1 \times n_1} & [A_2]_{n_1 \times n_1} & 0 \\ [B_1]_{n_2 \times n_1} & 0 & [B_2]_{n_2 \times n_2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} [a_i]_{n_1 \times 1} \\ [a_i]_{n_1 \times 1} \\ [b_i]_{n_2 \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [D_1]_{n_1 \times 1} \\ [D_2]_{n_2 \times 1} \end{bmatrix} \quad (11)$$

که در این جا

$$A_{1m,k} = \chi_{m,k} \quad (12)$$

$$A_{2m,k} = -\mu_{m+2} \mu_{m+k+1} k q_{k+m+1} \quad (13)$$

$$B_{1m,k} = \mu_{k-m+1} \mu_{m-k+n-1} k q_{k-m+1} + k \mu_{k-m+n+2} C_{m-k-1}^* \quad (14)$$

$$B_{2m,k} = -\chi_{m,k} \quad (15)$$

$$D_{1m} = \gamma H R i \left[ -\left( \frac{1+K}{2} - p_i \right) \omega_m \mu_m + \frac{1-K}{2} \chi_{m,1} \right] \quad (16)$$

$$D_{2m} = \gamma H R i \left[ \left( \frac{1+K}{2} - p_i \right) \chi_{m,1} - \frac{1-K}{2} \omega_m \mu_m \right] \quad (17)$$

$$C_m^* = \sum_{i=1}^{n+1} l_i \beta_i^{m-1} \quad (18)$$

ضرایب  $\gamma$ ،  $H$  و  $K$  در روابط بالا به ترتیب گرادیان تنش، عمق تونل و ضریب فشار جانبی (نسبت تنش افقی به قائم درجا) می‌باشد. پس از تعیین ضرایب  $a_i$  و  $b_i$ ، با استفاده از معادلات (۲) تنش‌ها در اطراف حفره به صورت زیر تعیین می‌گردد. ثوابت این معادلات در پیوست معرفی شده‌اند.

جدول ۱- مشخصات سنگ نمک

پارامتر	واحد	مقدار
گرادیان تنش	$\frac{Mpa}{m}$	۰/۰۲۱۶
مدول یانگ	$Gpa$	۲۶
نسبت پواسون		۰/۳۵
مقاومت فشاری تک-محوره	$Mpa$	۲۵
مقاومت کششی	$Mpa$	۱/۴
ضریب فشار جانبی		۱

شکل‌های ۲ و ۳ مقطع این مغارها را در حالت واقعی و پس از نگاشت نشان می‌دهد. ضرائب تابع نگاشت در جدول ۲ نشان داده شده است.

نرم‌افزار *Phase 2* برای اعتبارسنجی روش تحلیلی ارائه شده مورد استفاده قرار گرفت. نرم‌افزار *Phase 2* نرم‌افزاری است که بر پایه روش المان محدود طراحی گردیده و مقادیر تنش و جابجایی را در اطراف حفریات برای مدل الاستوپلاستیک تعیین می‌کند. این نرم‌افزار قابلیت مدل کردن نگهداری و محاسبه تاثیر فشار آب زیرزمینی را نیز بر حفریات دارد.

شکل‌های ۴ و ۵ مدل‌سازی توسط نرم‌افزار *Phase 2* را نشان می‌دهد. برای اعتبار سنجی مدل‌ها در دو حالت وزن دار (اعمال گرادیان تنش در مدل) و بدون وزن (اعمال تنش اولیه معادل میزان تنش در مرکز مدل) ساخته شده‌اند و با روش تحلیلی مقایسه گردیده‌اند.

جدول ۲- ضرائب نگاشت برای دو شکل مغار

شکل مغار	$R$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$
هویچی شکل	۳۳/۸۲۱	۰/۵۰۹۹	-۰/۱۵۱۸	-۰/۰۳۱۵	۰/۰۳۷۱
کپسولی شکل	۳۷/۶۵۸۴	۰/۳۹۸۳	۰	-۰/۰۷۰۶	۰

$$\sigma_{\theta} = 2 \left( \frac{CE + DF}{E^2 + F^2} \right) + \operatorname{Re} \left\{ \frac{\xi^2}{|\xi|^2 (E^2 + F^2)} \left[ (E - iF) \frac{(C + iD)(E + iF) - (C + iD)(E + iF)}{E + iF} - \frac{(C + iD)(E + iF)}{(G + iH)(E + iF)} \right] \right\} \quad (19)$$

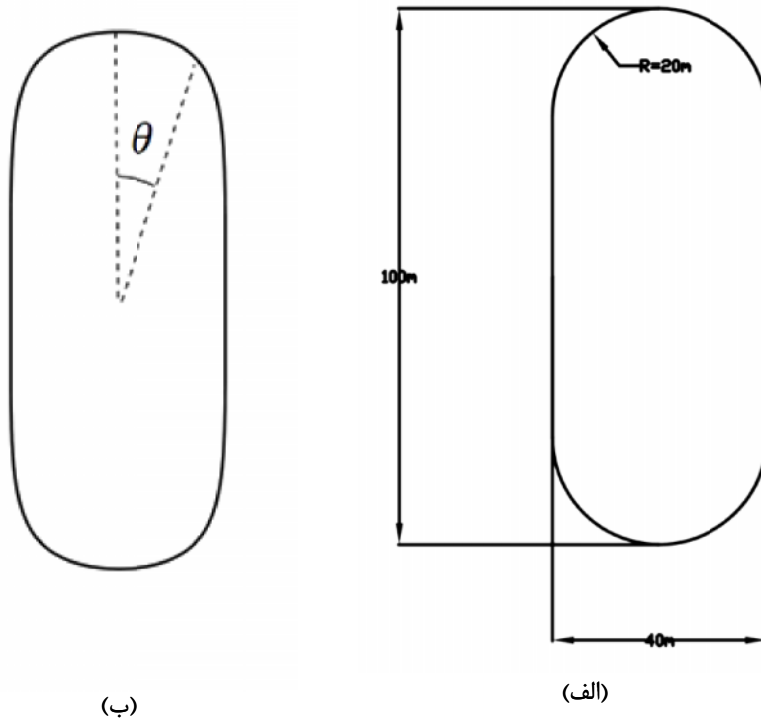
$$\sigma_{\rho} = 2 \left( \frac{CE + DF}{E^2 + F^2} \right) - \operatorname{Re} \left\{ \frac{\xi^2}{|\xi|^2 (E^2 + F^2)} \left[ (E - iF) \frac{(C + iD)(E + iF) - (C + iD)(E + iF)}{E + iF} - \frac{(C + iD)(E + iF)}{(G + iH)(E + iF)} \right] \right\} \quad (20)$$

$$\tau_{\rho\theta} = \operatorname{Im} \left\{ \frac{\xi^2}{|\xi|^2 (E^2 + F^2)} \left[ (E - iF) \frac{(C + iD)(E + iF) - (C + iD)(E + iF)}{E + iF} - \frac{(C + iD)(E + iF)}{(G + iH)(E + iF)} \right] \right\} \quad (21)$$

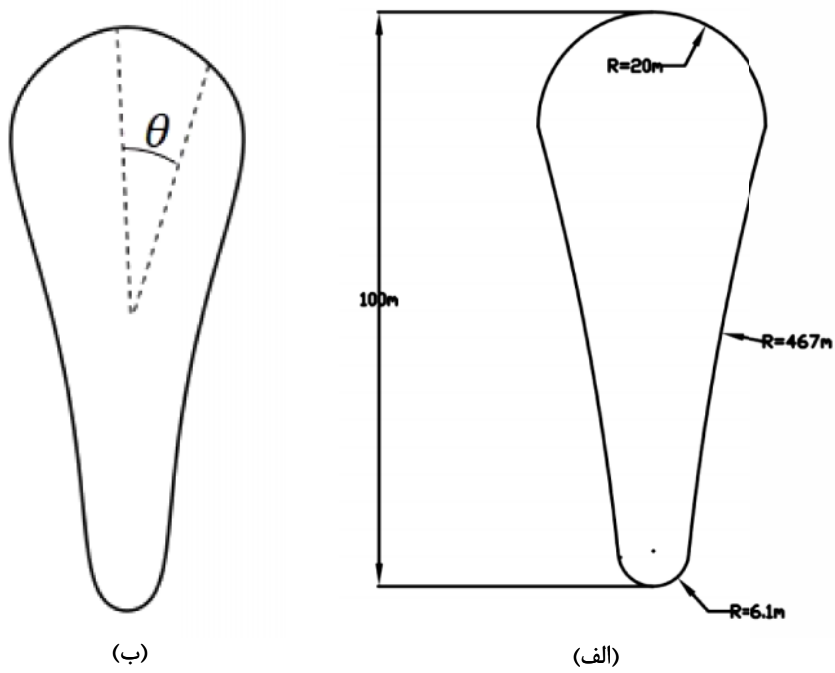
#### ۴- چند مثال

در این جا با استفاده از روش تحلیلی مذکور تنش‌ها در اطراف دو مغار کپسولی و هویچی شکل تعیین می‌شود. این مغارها در روباره‌ای به عمق ۶۰۰ متر از جنس سنگ نمک قرار دارند. فشار داخلی گاز در این مغارها برابر  $13 \text{ Mpa}$  می‌باشد. مشخصات سنگ نمک در جدول ۱ ذکر شده است.

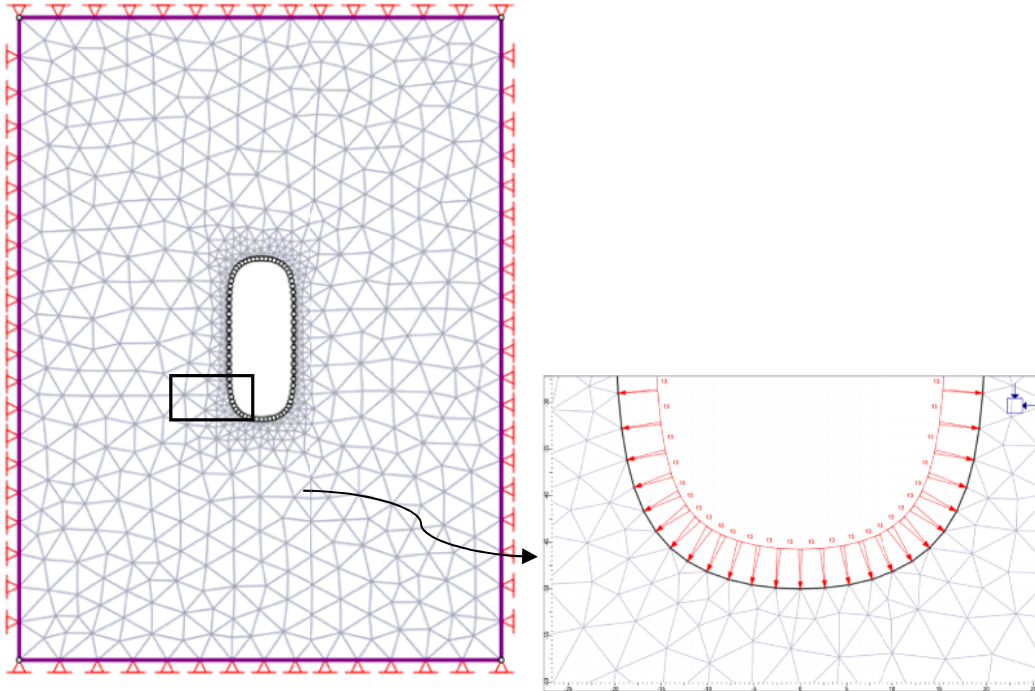
تعیین میدان تنش در اطراف مغارهای گاز با استفاده از توابع پتانسیل مختلط: ص ۱۳۳-۱۴۴



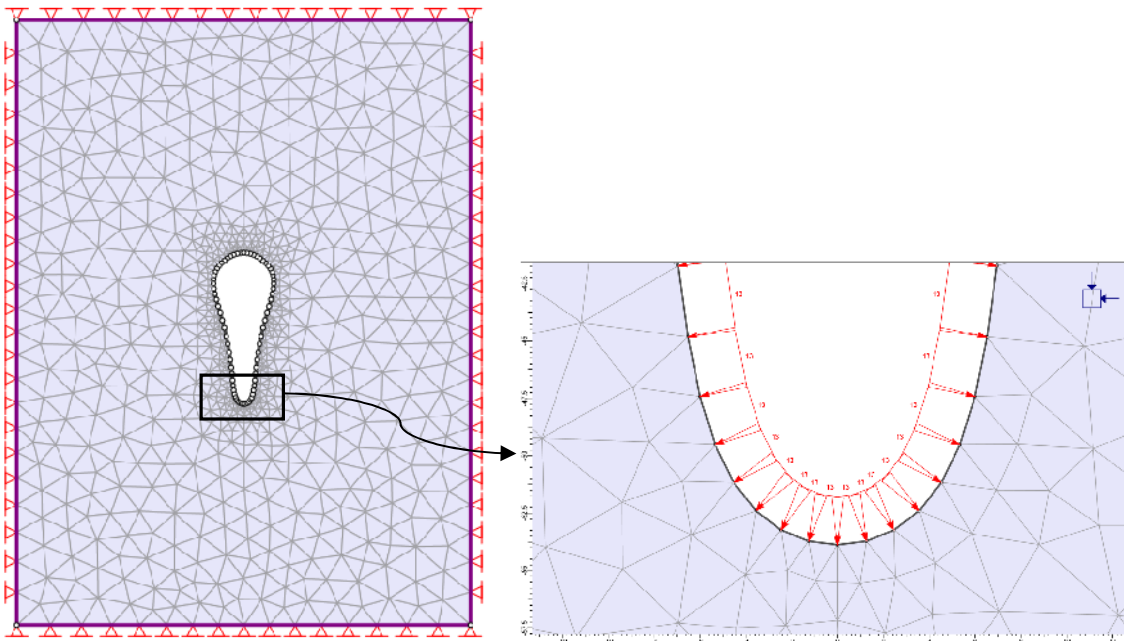
شکل ۲- مقطع یک مغار کپسولی شکل الف) قبل از نگاشت ب) بعد از نگاشت



شکل ۳- مقطع یک مغار هویجی شکل الف) قبل از نگاشت ب) بعد از نگاشت



شکل ۴- مدل Phase 2 مغار گازی کپسولی شکل



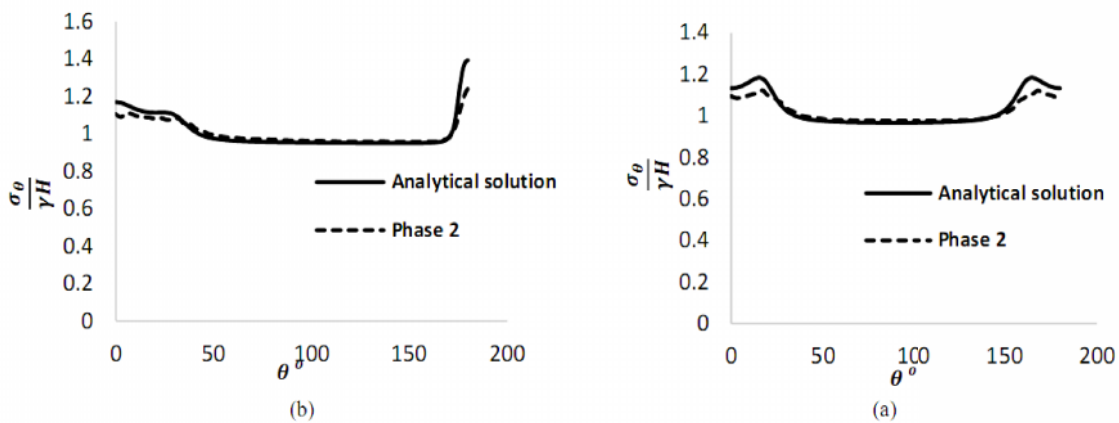
شکل ۵- مدل Phase 2 مغار گازی هویجی شکل

همان گونه که دیده می‌شود همگرایی خوبی میان روش تحلیلی و مدلسازی عددی وجود دارد اما اختلاف بین جواب‌های مدل تحلیلی و عددی در زاویه  $0^\circ$  در حالت وزن-دار نسبت به حالت بدون وزن بیشتر شده است. این امر می‌تواند به علت وجود گرادیان تنش و اختلاف میان بار وارده به مدل در حالت وزن دار و بدون وزن باشد.

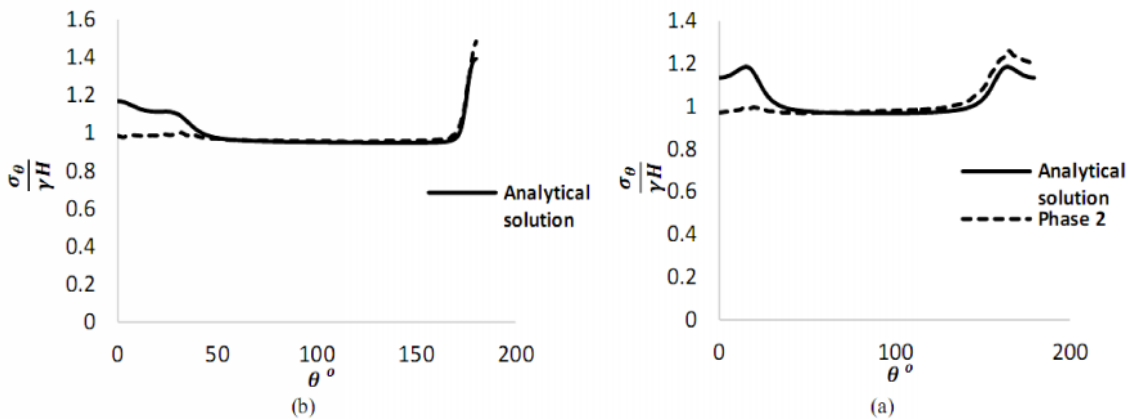
شکل‌های ۸ و ۹ شرایط مرزی تنش در سطح مغار را نشان می‌دهد. همانگونه که دیده می‌شود تنش نرمال در سطح مغار، محاسبه شده توسط روش تحلیلی، دقیقاً برابر فشار داخلی مغار است اما تنش‌های پیش‌بینی شده توسط نرم‌افزار *Phase 2* با فشار داخلی اختلاف دارد، که این اختلاف در زوایای متناظر با قوس‌های سقف و کف بیشتر می‌شود.

شکل‌های ۶.a و ۶.b همگرایی خوبی را میان فاکتور تمرکز تنش بدست آمده از مدلسازی عددی، در حالت بدون وزن، و روش تحلیلی نشان می‌دهند. همانگونه که دیده می‌شود، اختلاف میان جواب‌های بدست آمده از روش تحلیلی و عددی در زوایای  $0^\circ$  و  $180^\circ$  بیشتر می‌شود که این امر به علت افزایش انحناء و تمرکز تنش در قوس سقف و کف برای دو مغار کپسولی و هویجی شکل است. در شکل ۶.b دیده می‌شود که تمرکز تنش در زاویه  $180^\circ$  بیشتر از زاویه  $0^\circ$  است؛ این امر نشان‌دهنده این است که تمرکز تنش در قوس کف مغار هویجی شکل به علت افزایش انحناء بیشتر از قوس سقف آن است.

شکل‌های ۷.a و ۷.b فاکتور تمرکز تنش بدست آمده از مدلسازی عددی، در حالت وزن‌دار، و روش تحلیلی را نشان می‌دهد.

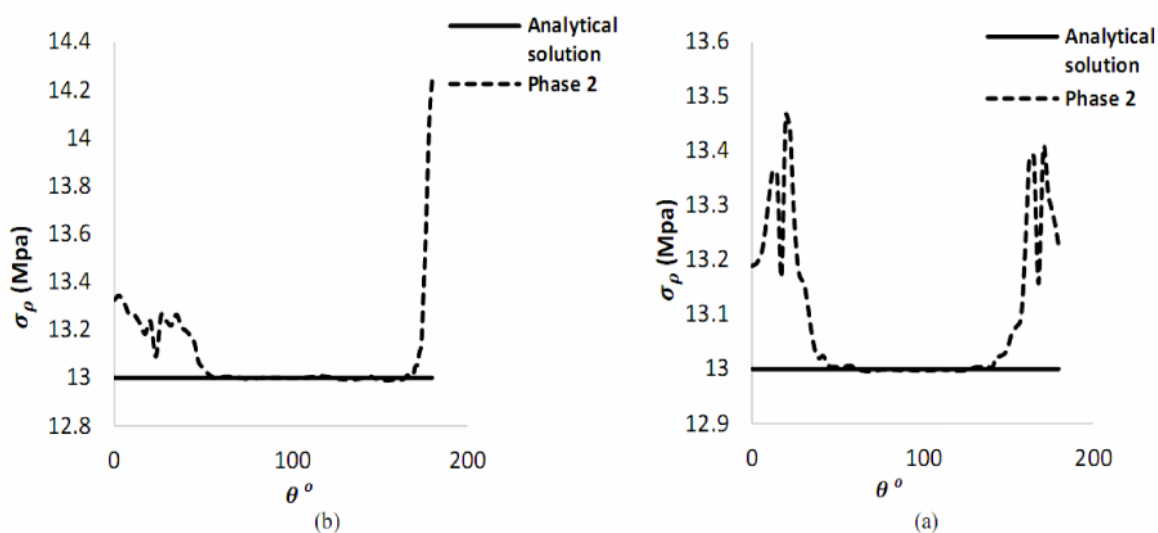


شکل ۶- فاکتور تمرکز تنش در اطراف (a) مغار کپسولی شکل و (b) مغار هویجی شکل برای مدل بدون وزن

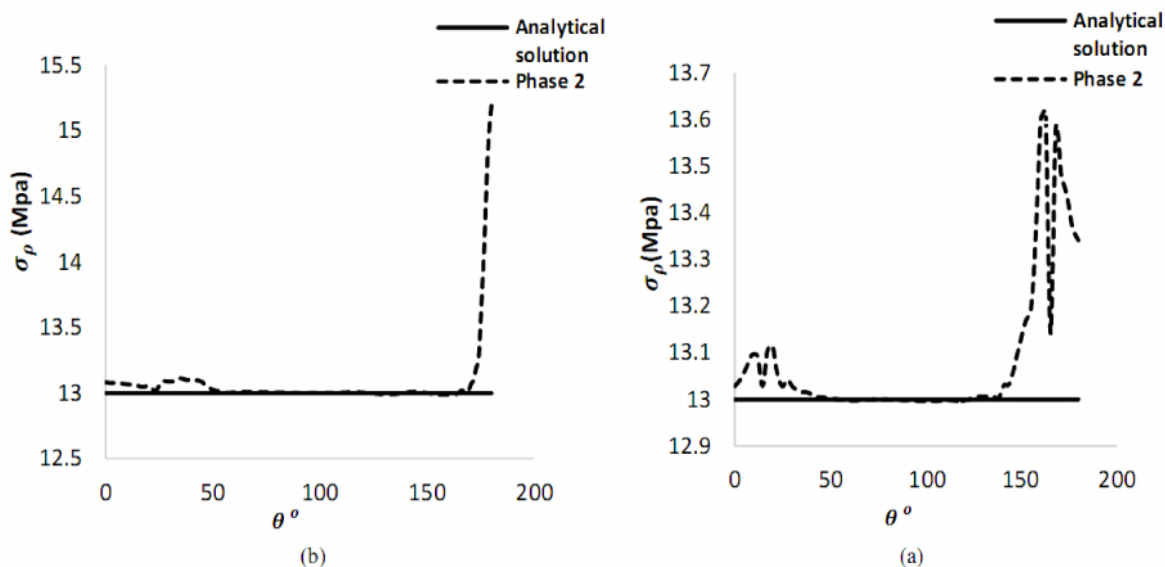


شکل ۷- فاکتور تمرکز تنش در اطراف (a) مغار کپسولی شکل و (b) مغار هویجی شکل برای مدل وزن‌دار





شکل ۸- تنش نرمال در سطح داخلی (a) مغار کپسولی (شکل b) مغار هویجی شکل برای مدل بدون وزن



شکل ۹- تنش نرمال در سطح داخلی (a) مغار کپسولی (شکل b) مغار هویجی شکل برای مدل وزن دار

تنش‌های نرمال پیش‌بینی شده در کف مغار برای حالت وزن دار اختلاف بیشتری با فشار داخلی نسبت به حالت بدون وزن دارند که علت آن را می‌توان به وجود گرادیان تنش و بیشتر بودن تمرکز تنش در کف مغار در حالت وزن دار نسبت به بدون وزن اشاره کرد.

این پدیده را می‌توان این گونه توجیه کرد که به علت انحنای زیاد مغار در سقف و کف و همچنین تمرکز بالای تنش شبکه مش‌بندی آنقدر کوچک نیست که محیط را به خوبی پوشش داده و تنش‌ها را با دقت زیاد تعیین کند. از طرفی همان گونه که در شکل‌های ۸ و ۹ دیده می‌شود،

### ۵- نتیجه گیری

در این مقاله راه حل جدیدی بر اساس توابع پتانسیل موس خلیشویلی برای به دست آوردن میدان تنش در اطراف مغارهای گاز ارائه شده است. توده سنگ به صورت محیطی با رفتار الاستیک خطی و ایزوتروپ فرض شده است. این روش با در نظر گرفتن تنش برجای زمین و فشار داخلی گاز درون مغار قادر است میدان تنش در اطراف مغار را با دقت و سرعتی بالا نسبت به روش های عددی تعیین کند. این راه حل دارای این ویژگی منحصر بفرد است که با تغییر ضرایب نگاشت قابل استفاده برای هر مغار با شکل غیردایروی می باشد. از طرفی چنانچه تعیین خصوصیات سنگ و یا مقادیر تنش های اولیه در اطراف مغار مورد نظر باشد با آنالیز برگشتی و استفاده از روش مذکور می توان مقادیر مجهولات را در زمانی نسبتاً کوتاه در مقایسه با روش های عددی تعیین نمود.

در مقایسه ای که میان راه حل تحلیلی و نرم افزار اجزاء محدود *Phase 2* صورت گرفت مشخص گردید که همگرایی خوبی میان دو روش وجود دارد. تنها در سقف و کف مغار برای مدل بدون وزن و کف مغار در مدل وزن دار اختلاف بین جواب های پیش بینی شده از راه حل تحلیلی و نرم افزار *Phase 2* افزایش می یابد.

با وجود این که روش های عددی دارای توانایی فراوان در حل مسائل پیچیده مهندسی هستند روش توابع پتانسیل مختلط می تواند به عنوان روشی موثر در حل مسائل الاستیسیته خطی در شاخه ابنیه های زیرزمینی بکار گرفته شود و قابلیت توسعه برای حل مسایل پیچیده را دارا می باشد.

### ۶- فهرست نمادها

نماد	واحد	شرح
$\sigma$	<i>Mpa</i>	تنش
$\sigma_h$	<i>Mpa</i>	تنش افقی
$\sigma_v$	<i>Mpa</i>	تنش قائم
$\gamma$	$\frac{Mpa}{m}$	گرادیان تنش قائم
$K$		ضریب فشار جانبی
$H$	$m$	عمق تونل
$p_i$	<i>Mpa</i>	فشار داخلی مغار

### ۷- پیوستها

ثوابت معادلات ۱۹، ۲۰ و ۲۱ بصورت زیر تعریف می شوند.

$$C = \operatorname{Re} \left\{ \Gamma \operatorname{Re}^{i\frac{\pi}{2}} \left( 1 - \sum_{j=1}^n j \omega_j \xi^{-j-1} \right) - \sum_{i=1}^{\infty} i a_i \xi^{-i-1} \right\} \quad (22)$$

$$D = \operatorname{Im} \left\{ \Gamma \operatorname{Re}^{i\frac{\pi}{2}} \left( 1 - \sum_{j=1}^n j \omega_j \xi^{-j-1} \right) - \sum_{i=1}^{\infty} i a_i \xi^{-i-1} \right\} \quad (23)$$

$$C' = \operatorname{Re} \left\{ \Gamma \operatorname{Re}^{i\frac{\pi}{2}} \left( \sum_{j=1}^n j(j+1) \omega_j \xi^{-j-2} \right) + \sum_{i=1}^{\infty} i(i+1) a_i \xi^{-i-2} \right\} \quad (24)$$

$$F' = \text{Im} \left\{ \text{Re}^{i\frac{\pi}{2}} \left( 1 - \sum_{j=1}^n j \omega_j \xi^{-j-1} \right) \right\} \quad (29) \quad D' = \text{Im} \left\{ \Gamma \text{Re}^{i\frac{\pi}{2}} \left( \sum_{j=1}^n j(j+1) \omega_j \xi^{-j-2} \right) + \right. \quad (25)$$

$$\left. \sum_{i=1}^{\infty} i(i+1) a_i \xi^{-i-2} \right\} \quad (30)$$

$$G = \text{Re} \left\{ \Gamma' \text{Re}^{i\frac{\pi}{2}} \left( 1 - \sum_{j=1}^n j \omega_j \xi^{-j-1} \right) - \sum_{i=1}^{\infty} i b_i \xi^{-i-1} \right\} \quad (26)$$

$$H = \text{Im} \left\{ \Gamma' \text{Re}^{i\frac{\pi}{2}} \left( 1 - \sum_{j=1}^n j \omega_j \xi^{-j-1} \right) - \sum_{i=1}^{\infty} i b_i \xi^{-i-1} \right\} \quad (31) \quad F = \text{Im} \left\{ \text{Re}^{i\frac{\pi}{2}} \left( \xi + \sum_{j=1}^n \omega_j \xi^{-j} \right) \right\} \quad (27)$$

$$E' = \text{Re} \left\{ \text{Re}^{i\frac{\pi}{2}} \left( 1 - \sum_{j=1}^n j \omega_j \xi^{-j-1} \right) \right\} \quad (28)$$

#### ۸- منابع‌ها

- [1] Jaeger, J. C., Cook, N. G., & Zimmerman, R. (2009). *Fundamentals of rock mechanics*: Wiley.com.
- [2] Reddy, J. N. (2006). *An introduction to the finite element method* (Vol. 2): McGraw-Hill New York.
- [3] Sanford, R. J., & Sanford, R. (2003). *Principles of fracture mechanics*: Prentice Hall New Delhi.
- [4] Muskhelishvili, N. I., & Radok, J. R. M. (1953). *Some basic problems of the mathematical theory of elasticity* (Vol. 15): Cambridge Univ Press.
- [5] Exadaktylos, G., & Stavropoulou, M. (2002). A closed-form elastic solution for stresses and displacements around tunnels. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 39(7), 905-916 .
- [6] Exadaktylos, G. E., Liolios, P. A., & Stavropoulou, M. C. (2003). A semi-analytical elastic stress-displacement solution for notched circular openings in rocks. *International Journal of Solids and Structures*, 40(5), 1165-1187. doi: 10.1016/s0020-7683(02)00646-7
- [7] Li, S.-c & Wang, M.-b. (2008). Elastic analysis of stress-displacement field for a lined circular tunnel at great depth due to ground loads and internal pressure. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 23(6), 609-617. doi: 10.1016/j.tust.2007.11.004

- [8] Bobet, A. (2010). Drained and undrained response of deep tunnels subjected to far-field shear loading. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 25(1), 21-31. doi: 10.1016/j.tust.2009.08.001
- [9] Batista, M. (2011). On the stress concentration around a hole in an infinite plate subject to a uniform load at infinity. *International Journal of Mechanical Sciences*, 53(4), 254-261.