

بهبود روش هاردی کراس در تحلیل شبکه تهویه فضاهای زیرزمینی

ابراهیم الهی*

۱- مربی؛ دانشکده فنی و مهندسی شهید نیکبخت، گروه معدن، دانشگاه سیستان و بلوچستان

دریافت دست‌نوشته: ۱۳۹۴/۰۱/۲۷؛ پذیرش دست‌نوشته: ۱۳۹۴/۰۶/۱۰

واژگان کلیدی	چکیده
فضای زیرزمینی تهویه روش رایانه‌ای هاردی کراس	روش‌های مختلفی همچون روش دستی و رایانه‌ای جهت تحلیل شبکه فضاهای زیرزمینی ارائه شده است. شرط انتخاب نوع روش به هدف تحلیل شبکه تهویه بستگی دارد. اگر هدف از تحلیل شبکه تهویه فضای زیرزمینی، بررسی تاثیر یک یا چند بادبزن بر شبکه تهویه باشد در این صورت بهتر است از روش رایانه‌ای که بر پایه روش‌های تقریبی ریاضی استوار است استفاده شود. روش‌های متعدد تقریبی ریاضی همچون روش هاردی کراس (Hardy Cross) و مدل‌های اصلاح شده آن، تکنیک نیوتن رافسون و آنالیز خطی ارائه شده است. استفاده از روش هاردی کراس در بین نرم افزارهای معدنی از عمومیت بیشتری برخوردار است. بر این اساس در این مقاله بر پایه روش هاردی کراس جهت همگرایی سریع‌تر به جواب نهایی، مطالعاتی انجام شده که نهایتاً سبب ارائه مدل تلفیقی روش هاردی کراس شده است.

۱- مقدمه

در فضاهای زیرزمینی محصور شده در اثر فرآیندهایی همچون تنفس کارکنان، انفجار مواد منفجره، نفوذ گازهای مضر از شکاف سنگ‌ها به داخل و گاز خیزی مواد معدنی سبب می‌شود تا ترکیب هوا در فضاهای زیرزمینی پیوسته تغییر یابد. هر چند این فضاهای زیرزمینی توسط حفریاتی همچون تونل، دوپل و چاه به سطح زمین یعنی هوای آزاد ارتباط دارد اما این ارتباط برای به جریان انداختن کامل هوا در برخی شبکه فضاهای زیرزمینی کافی نیست. بر این اساس لازم است هوای تمیز به صورت مصنوعی و با استفاده از وسایل مختلف به داخل فضای زیرزمینی تزریق شود. جهت برآورد مقدار و

چگونگی توزیع هوای تمیز در فضای زیرزمینی

نیاز به دانستن علم تهویه است [۱] و [۲].

طراحی تهویه فضاهای زیرزمینی بر پایه اصولی همچون تهیه نقشه زیرزمینی، شناسایی شاخه‌ها و گره‌های شبکه تهویه، محاسبه مقاومت معدنی هر یک از شاخه‌ها، محاسبه شدت جریان هوا برای هر یک از شاخه‌ها و شدت جریان اصلاح شده آن‌ها، محاسبه افت فشار برای هر یک از شاخه‌ها، محاسبه تهویه طبیعی، تعدیل شبکه و انتخاب دریچه یا بادبزن مناسب به همراه انتخاب بادبزن اصلی شبکه استوار است [۱] و [۳].

روش‌های مختلفی جهت تحلیل شبکه تهویه فضاهای زیرزمینی ارائه شده که از جمله

* استان سیستان و بلوچستان؛ زاهدان، بلوار دانشگاه؛ دانشگاه سیستان و بلوچستان؛ دانشکده فنی و مهندسی شهید نیکبخت؛ گروه معدن؛ رایانامه: elahi@eng.usb.ac.ir

روش دستی و رایانه‌ای است. شرط انتخاب نوع روش به هدف از تحلیل شبکه تهویه بستگی دارد. اگر شدت جریان شاخه‌های یک شبکه فضای زیرزمینی به همراه جهت آن مشخص و ثابت باشند در این صورت بهتر است جهت تحلیل این شبکه معدنی از روش دستی استفاده شود [۱].

هدف از تحلیل شبکه تهویه فضاهای زیرزمینی به روش دستی تنها انتخاب بادبزن-های اصلی، فرعی و دریچه‌های تنظیم کننده هوا می‌باشند. اما اگر هدف از تحلیل این شبکه‌های تهویه، بررسی تاثیر یک یا چند بادبزن بر شبکه فضای زیرزمینی باشد در این صورت بهتر است از روش‌های تقریبی ریاضی استفاده شود زیرا روش دستی برای شبکه‌های پیچیده قادر به برآورد شدت جریان هر یک از شاخه‌های فضاهای زیرزمینی نمی‌باشد [۱].

در تحلیل شبکه تهویه فضاهای زیرزمینی بر اساس روش‌های تقریبی ریاضی یک شدت جریان فرضی با جهت فرضی در هر یک از شاخه‌های شبکه تهویه با توجه به قانون گره‌ها در نظر گرفته می‌شود. سپس با معلوم بودن بادبزن‌های شبکه تهویه و معادلات تقریبی ریاضی می‌توان خطای هر حلقه در شبکه تهویه را برآورد و بر این اساس شدت جریان فرضی هوا تصحیح می‌شود. عملیات تصحیح شدت جریان هوا براساس معادله ریاضی ارائه شده باید چندین بار تکرار شود تا خطای محاسبات کمتر یا مساوی دقت انجام محاسبات شود. استفاده از روش‌های تقریبی ریاضی برای حل شبکه‌های حجیم و پیچیده توسط انسان تقریباً امری غیر ممکن بوده بنابراین استفاده از رایانه جهت حل آن‌ها امری ضروری است. نرم افزارهای رایانه‌ای مختلفی برای تحلیل شبکه‌های تهویه در فضاهای زیرزمینی ارائه شده که یکی از معروف‌ترین آن‌ها نرم افزار ونت‌سیم (Ventsim) است. این نرم‌افزار بر اساس معادله

هاردی کراس استوار است [۱]، [۲] و [۳].

اولین معادله ریاضی ارائه شده جهت تخمین خطای شدت جریان هر حلقه توسط هاردی کراس در سال ۱۹۳۶ مطرح و بیان شد [4]. هر چند این معادله جهت تحلیل شبکه‌های آب مطرح شد اما بعدها این معادله توسط ونگ (Wang) در امر تحلیل شبکه تهویه فضاهای زیرزمینی مورد استفاده قرار گرفت و توسط او تصحیح گردید [5] و [6]. همچنین جهت همگرایی سریع‌تر معادله هاردی کراس برای رسیدن به جواب نهایی تصحیحاتی توسط افرائی و مدنی نیز انجام شده است [۷]. علاوه بر روش‌های یاد شده روش‌های دیگری همچون تکنیک نیوتن-رافسون (Newton-Raphson) [۸] و [9]، مسیر بحرانی [10]، آنالیز خطی [11] و [12]، برنامه‌ریزی غیر خطی [13] و [14] و تکنیک‌های بهینه‌سازی [15] نیز ارائه شده است.

یکی از اهداف ارائه این مقاله بررسی تاثیر بادبزن‌ها در شبکه فضاهای زیرزمینی بر اساس روش هاردی کراس و مدل‌های اصلاح شده آن است. هدف دیگر آن اصلاح روش هاردی کراس برای دسترسی سریع‌تر به جواب نهایی است.

۲- روش هاردی کراس و مدل‌های اصلاح شده آن

روش هاردی کراس یکی از روش‌های رایج در تحلیل شبکه فضاهای زیرزمینی است. این روش توسط محققین مختلف مورد تصحیح و اصلاح واقع شده که تئوری تعدادی از آن‌ها به شرح ذیل بیان می‌شود:

۲-۱- روش هاردی کراس

معادله معروف هاردی کراس به شرح ذیل مطرح شده و طبق رابطه ۱ مقدار خطای شدت جریان هر حلقه را می‌توان برآورد کرد [۱].

جریان هر حلقه براساس رابطه ۱. لازم به ذکر است اگر جهت جریان هوا در شاخه‌ای با جهت جریان حلقه هم جهت باشد در این صورت افت فشار آن شاخه با علامت مثبت در غیر این صورت با علامت منفی در صورت معادله ظاهر می‌شود. همچنین مخرج کسر در معادله مطرح شده بدون تعیین علامت آن همواره از علامت مثبت برخوردار خواهد بود.

مرحله پنجم: محاسبه شدت جریان جدید شاخه‌های شبکه تهویه. ابتدا در این مرحله بررسی می‌شود هر شاخه تحت تاثیر چند حلقه قرار می‌گیرد. سپس علامت مثبت یا منفی خطای هر حلقه تاثیرگذار تعیین و نهایتاً با جمع جبری شدت جریان شاخه مورد نظر با مقدار خطای شدت جریان حلقه‌های تاثیرگذار می‌توان شدت جریان جدید هر شاخه را در شبکه تهویه برآورد کرد. لازم به ذکر است اگر جهت حلقه هم جهت با جهت جریان شاخه باشد در این صورت مقدار خطای حلقه در علامت مثبت و در غیر این صورت در علامت منفی باید ضرب شود. همچنین اگر مقدار شدت جریان جدید شاخه‌ای منفی شود در این صورت باید جهت جریان هوا در شاخه مورد نظر برعکس شود.

مرحله ششم: عملیات فوق از مرحله سوم تا پنجم باید چندین بار تکرار شود تا خطای محاسبات کمتر یا مساوی دقت انجام محاسبات شود.

۲-۲- روش اصلاح شده ونگ

تصحیح ونگ مربوط به مرحله چهارم از مراحل حل روش هاردی کراس است. در این مرحله مقدار خطای شدت جریان هر حلقه طبق رابطه ۴ برآورد می‌شود. هدف از این تصحیح حذف علامت مثبت یا منفی افت فشار در رابطه ۱ و همچنین تصمیم برای تغییر جهت جریان هوا برای شاخه‌ای با مقدار شدت جریان منفی است. بر این اساس اگر جهت جریان تغییر یابد در این صورت مقدار شدت جریان با علامت مثبت و گرنه با علامت منفی در رابطه ۴ باید ظاهر شود.

$$\begin{cases} Q = Q_0 + \Delta \\ \Delta P = R Q^n \end{cases} \rightarrow R Q^n = R (Q_0 + \Delta)^n$$

$$R Q^n = R (Q_0^n + n \Delta Q_0^{n-1} + \dots)$$

$$R Q^n \cong R Q_0^n + n R \Delta Q_0^{n-1}$$

$$\rightarrow \sum R Q^n = \sum R Q_0^n + \Delta \sum n R Q_0^{n-1}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \sum R Q^n = 0 \\ \sum R Q_0^n = -\Delta \sum n R Q_0^{n-1} \end{cases}$$

$$\rightarrow \Delta = -\frac{\sum R Q_0^n}{\sum n R Q_0^{n-1}} \quad n=2 \rightarrow \Delta = -\frac{\sum R Q_0^2}{2 \sum R Q_0}$$

$$\rightarrow \Delta = -\frac{\sum \pm \Delta P_i}{2 \sum R_i Q_i} = -\frac{\sum \pm R_i Q_i^2}{2 \sum R_i Q_i} \quad (1)$$

Q : شدت جریان واقعی (متر مکعب بر ثانیه)

Q_0 : شدت جریان فرضی یا اولیه (متر مکعب بر ثانیه)

Δ : خطای شدت جریان حلقه (متر مکعب بر ثانیه)

R : مقاومت کار معدنی هر شاخه (کیلومورگ)

ΔP : افت فشار هر شاخه (میلیمتر آب)

مراحل حل معادله هاردی کراس به شرح

ذیل است:

مرحله اول: با توجه به قانون گره‌ها یک شدت جریان فرضی با جهت فرضی برای هر یک از شاخه‌های شبکه تهویه در نظر گرفته می‌شود.

مرحله دوم: شناسایی حلقه‌های مفید در شبکه تهویه طبق رابطه ۲ و انتخاب یک جهت فرضی برای آن‌ها

$$N_R = N_B - N_J + 1 \quad (2)$$

N_R : تعداد حلقه‌های مفید

N_B : تعداد شاخه‌ها در شبکه تهویه

N_J : تعداد گره‌ها در شبکه تهویه

مرحله سوم: محاسبه افت فشار هوا برای

هر یک از شاخه‌های موجود در حلقه طبق رابطه

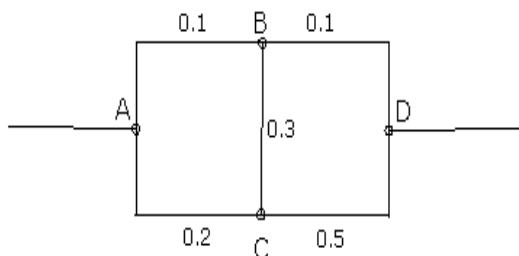
$$\Delta P = R Q^2 \quad (3)$$

مرحله چهارم: محاسبه مقدار خطای شدت

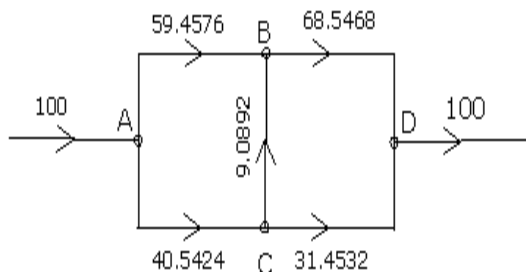
۳-۱- مدل اول

شبکه تهویه یک فضای زیرزمینی فرضی مطابق شکل ۱ منظور شده است. در این شبکه مقاومت هر شاخه برحسب کیلومورگ و شدت جریان کل شبکه معادل ۱۰۰ متر مکعب بر ثانیه فرض شده است. ابتدا این شبکه را با استفاده از نرم افزار ونتسیم که تا کنون به عنوان کامل ترین نرم افزار تحلیل شبکه تهویه فضای زیرزمینی شناخته شده شبیه سازی کرده و سپس نتایج آن با روش دستی حل معادلات هاردی کراس و روش های اصلاح شده آن مقایسه می شود. نتیجه شبیه سازی نرم افزار ونتسیم برای توزیع شدت جریان هر یک از شاخه های شبکه مذکور مطابق شکل ۲ شده است.

جهت تحلیل شدت جریان هر یک از شاخه ها به روش هاردی کراس و روش های اصلاح شده آن نیاز به یک شدت جریان فرضی است. این شدت جریان های فرضی به همراه انتخاب حلقه های مورد نیاز شبکه در شکل ۳ نمایش یافته است.



شکل ۱- شبکه تهویه فرضی



شکل ۲- توزیع شدت جریان هوا توسط نرم افزار ونتسیم

در حقیقت رابطه های ۱ و ۴ برای شدت جریان های با مقدار مثبت کاملاً مشابه هم هستند.

$$\Delta = - \frac{\sum_{i=1}^{i=n} b_{ki} (R_i |Q_i| Q_i - P_{ni} - P_{Fi})}{2 \sum_{i=1}^{i=n} b_{ki}^2 R_i |Q_i|} \quad (4)$$

b_{ki} : عنصر ماتریس بنیادی حلقه است. اگر جهت جریان هوا در شاخه ای با جهت جریان حلقه هم جهت باشد در این صورت این عنصر معادل ۱ در غیر این صورت معادل -۱ در رابطه ۴ ظاهر می شود.

P_{ni} : افزایش فشار ناشی از تهویه طبیعی در شاخه مورد نظر

P_{Fi} : افزایش فشار ناشی از بادبزن نصب شده در شاخه مورد نظر

۳-۲- روش اصلاح شده افرائی و مدنی

این تصحیح نیز مربوط به مرحله چهارم از مراحل حل روش هاردی کراس است. طبق نظر افرائی و مدنی در صورتی که شدت جریان شاخه ای پس از جمع جبری با خطای حلقه های مربوط به آن طبق رابطه ۱ منفی شود در این صورت اولاً جهت جریان در شاخه مذکور نباید تغییر کند و دیگر آن که شدت جریان آن شاخه در محاسبه خطای حلقه ها در تکرار بعد با علامت جبری خود در مخرج رابطه ۱ در نظر گرفته شود. به عبارت دیگر در صورتی که شدت جریان یک شاخه منفی شود در این صورت رابطه شدت جریان در مخرج با علامت منفی لحاظ شده اما جهت جریان تغییر نمی کند. این حالت همان حالتی است که منجر به دستیابی سریع به پاسخ صحیح می شود [۶].

۳- بررسی روش های هاردی کراس

جهت بررسی هدف فوق از یک شبکه تهویه فرضی استفاده شده است که طی دو مدل مختلف تشریح می شود.

$$\Delta_1 = -\frac{0.1 \times 70^2 - 0.3 \times 10^2 - 0.2 \times 30^2}{2(0.1 \times 70 + 0.3 \times 10 + 0.2 \times 30)} = -8.75$$

$$\Delta_2 = -\frac{0.1 \times 80^2 - 0.5 \times 20^2 + 0.3 \times 10^2}{2(0.1 \times 80 + 0.5 \times 20 + 0.3 \times 10)} = -11.1905$$

$$Q_{AB} = Q_{AB} + \Delta_1 = 70 - 8.75 = 61.25$$

$$Q_{AC} = Q_{AC} - \Delta_1 = 30 - (-8.75) = 38.75$$

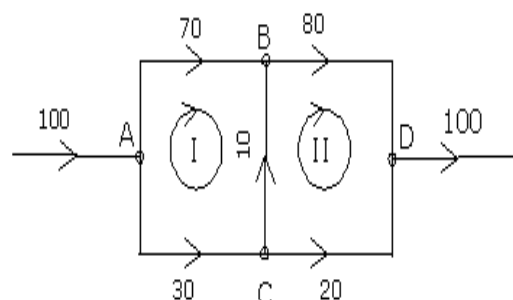
$$Q_{CB} = Q_{CB} - \Delta_1 + \Delta_2 \rightarrow$$

$$Q_{CB} = 10 - (-8.75) + (-11.1905) = 7.5595$$

$$Q_{BD} = Q_{BD} + \Delta_2 \rightarrow$$

$$Q_{BD} = 80 + (-11.1905) = 68.8095$$

$$Q_{CD} = Q_{CD} - \Delta_2 = 20 - (-11.1905) = 31.1905$$



شکل ۳- شدت جریان‌های فرضی هوا به همراه انتخاب حلقه

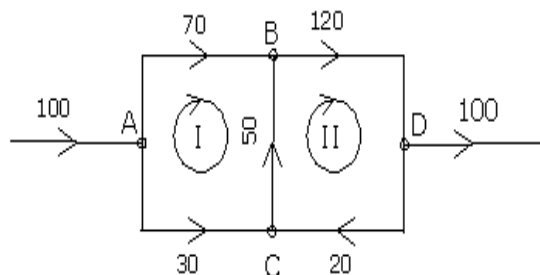
مرحله اول انجام محاسبات روش هاردی کراس طبق رابطه ۱ به شرح ذیل و نتایج سایر مراحل آن در جدول ۱ گزارش شده است.

جدول ۱- نتایج مراحل روش هاردی کراس ($Q: m^3/s$)

Δ_2	Δ_1	Q_{CD}	Q_{BD}	Q_{CB}	Q_{AC}	Q_{AB}	شرح
-۱۱/۱۹۰۵	-۸/۷۵	۳۱/۱۹۰۵	۶۸/۸۰۹۵	۷/۵۵۹۵	۳۸/۷۵	۶۱/۲۵	تکرار اول
-۰/۰۸۴۸	-۱/۷۸۷۲	۳۱/۲۷۵۳	۶۸/۷۲۴۷	۹/۲۶۱۹	۴۰/۵۳۷۲	۵۹/۴۶۲۸	تکرار دوم
-۰/۱۷۷۴	۰/۰۲۳۹	۳۱/۴۵۲۷	۶۸/۵۴۷۳	۹/۰۶۰۶	۴۰/۵۱۳۳	۵۹/۴۸۶۷	تکرار سوم
۰/۰۰۲۶	-۰/۰۲۹۰	۳۱/۴۵۰۰	۶۸/۵۵۰۰	۹/۰۹۲۳	۴۰/۵۴۲۳	۵۹/۴۵۷۷	تکرار چهارم
-۰/۰۰۳۱	۰/۰۰۰۴۴	۳۱/۴۵۳۲	۶۸/۵۴۶۸	۹/۰۸۸۷	۴۰/۵۴۱۹	۵۹/۴۵۸۱	تکرار پنجم
۰/۰۰۰۰۵	-۰/۰۰۰۰۵۱	۳۱/۴۵۳۱	۶۸/۵۴۶۹	۹/۰۸۹۳	۴۰/۵۴۲۴	۵۹/۴۵۷۶	تکرار ششم
-۰/۰۰۰۰۶	۰/۰۰۰۰۰۸	۳۱/۴۵۳۲	۶۸/۵۴۶۸	۹/۰۸۹۲	۴۰/۵۴۲۴	۵۹/۴۵۷۶	تکرار هفتم

ونگ را طبق رابطه ۴ بررسی کنیم نتایج آن کاملاً با نتایج موجود در جدول ۱ مطابقت خواهد داشت. اما با توجه به جدول ۱ هیچ

طبق جدول ۱ نتایج حاصل از تکرار هفتم با نتایج به دست آمده از نرم افزار ونتسیم کاملاً مطابقت دارند. همچنین اگر روش اصلاح شده



شکل ۴- شدت جریان‌های فرضی هوا به همراه انتخاب حلقه

نتایج حاصل از حل روش‌های هاردی کراس و اصلاح شده ونگ مطابق جدول ۲ (با تغییر جهت جریان در مقابل شدت جریان با مقدار منفی) و روش اصلاح شده افرائی و مدنی (بدون تغییر جهت جریان در مقابل شدت جریان با مقدار منفی) مطابق جدول ۳ خواهد شد.

شدت جریان منفی در تکرار هفت مرحله تولید نشده است بنابراین تصحیح خطای شدت جریان ارایه شده توسط افرائی و مدنی برای حل معادله هاردی کراس در این مثال قابل استفاده نیست و نتیجه این تصحیح مطابق جدول ۱ خواهد بود. بنابراین روش‌های اصلاح شده در این مدل قادر به همگرایی سریع‌تر حل معادله برای رسیدن به جواب نهایی نمی‌باشند.

۲-۳- مدل دوم

نتایج حاصل در جدول ۱ بیانگر این مطلب است که با انتخاب مدل اول و تحلیل روش هاردی کراس سبب تولید شدت جریان هوا با مقدار منفی در شاخه‌ای نشده است. بنابراین جهت درک بهتر تحلیل روابط ارایه شده نیاز به مدل دیگری است که باعث تولید شدت جریان منفی شود. بر این اساس مدل دوم مطابق شکل ۴ ارایه شده است.

جدول ۲- نتایج مراحل روش هاردی کراس و اصلاح شده ونگ ($Q:m^3/s$)

Δ_2	Δ_1	Q_{CD}	Q_{BD}	Q_{CB}	Q_{AC}	Q_{AB}	شرح
-۳۲/۲۹۷۳	۷/۸۵۷۱	-۱۲/۲۹۷۳	۸۷/۷۰۲۷	۹/۸۴۵۶	۲۲/۱۴۲۹	۷۷/۸۵۷۱	تکرار اول
-۲۰/۲۱۶۶	-۱۵/۷۹۰۹	۳۲/۵۱۳۹	۶۷/۴۸۶۱	۵/۴۱۹۹	۳۷/۹۳۳۸	۶۲/۰۶۶۲	تکرار دوم
۱/۳۰۵۸	-۲/۸۷۳۵	۳۱/۲۰۸۱	۶۸/۷۹۱۹	۹/۵۹۹۲	۴۰/۸۰۷۳	۵۹/۱۹۲۷	تکرار سوم
-۰/۲۷۴۱	۰/۳۰۴۰	۳۱/۴۸۲۲	۶۸/۵۱۷۸	۹/۰۲۱۱	۴۰/۵۰۳۳	۵۹/۴۹۶۷	تکرار چهارم
۰/۰۳۳۲	-۰/۰۴۳۸	۳۱/۴۴۹۰	۶۸/۵۵۱۰	۹/۰۹۸۱	۴۰/۵۴۷۱	۵۹/۴۵۲۹	تکرار پنجم
-۰/۰۰۴۷	۰/۰۰۵۴	۳۱/۴۵۳۷	۶۸/۵۴۶۳	۹/۰۸۸۰	۴۰/۵۴۱۷	۵۹/۴۵۸۳	تکرار ششم
-۰/۰۰۰۵۸	-۰/۰۰۰۸	۳۱/۴۵۳۱	۶۸/۵۴۶۹	۹/۰۸۹۴	۴۰/۵۴۲۵	۵۹/۴۵۷۵	تکرار هفتم
-۰/۰۰۰۰۸	۰/۰۰۰۰۹	۳۱/۴۵۳۲	۶۸/۵۴۶۸	۹/۰۸۹۲	۴۰/۵۴۲۴	۵۹/۴۵۷۶	تکرار هشتم

جدول ۳- نتایج مراحل روش اصلاح شده افرائی و مدنی (Q:m³/s)

شرح	Q_{AB}	Q_{AC}	Q_{CB}	Q_{BD}	Q_{CD}	Δ_1	Δ_2
تکرار اول	۷۷/۸۵۷۱	۲۲/۱۴۲۹	۹/۸۴۵۶	۸۷/۷۰۲۷	-۱۲/۲۹۷۳	۷/۸۵۷۱	-۳۲/۲۹۷۳
تکرار دوم	۶۲/۰۶۶۲	۳۷/۹۳۳۸	-۵۲/۷۳۳۳	۹/۳۳۲۹	-۹۰/۶۶۷۱	-۱۵/۷۹۰۹	-۷۸/۳۶۹۷
تکرار سوم	-۱۱۹/۷۱۸	۲۱۹/۷۱۷۶	۱۷۰/۱۷۶۳	۵۰/۴۵۸۷	-۴۹/۵۴۱۳	-۱۸۱/۷۸۴	۴۱/۱۲۵۸
تکرار چهارم	-۱۷/۸۸۰۸	۱۱۷/۸۸۰۸	-۹۳/۹۷۱۱	-۱۱۱/۸۵۲	-۲۱۱/۸۵۲	۱۰۱/۸۳۶۸	-۱۶۲/۳۱۱
تکرار پنجم	-۴۳۹/۲۵۸	۵۳۹/۲۵۸۵	۴۱۸/۰۴۸۱	-۲۱/۲۱۰۴	-۱۲۱/۲۱	-۴۲۱/۳۷۸	۹۰/۶۴۱۵
تکرار ششم	-۱۹۸/۱۷۳	۲۹۸/۱۷۲۹	-۳۰۰/۱۶۳	-۴۹۸/۳۳۶	-۵۹۸/۳۳۶	۲۴۱/۰۸۵۵	-۴۷۷/۱۲۵
تکرار هفتم	-۶۰۵/۱۲۳	۷۰۵/۱۲۳۳	۳۶۹/۷۰۲۸	-۲۳۵/۴۲	-۳۳۵/۴۲	-۴۰۶/۹۵	۲۶۲/۹۱۵۲
تکرار هشتم	-۳۳۳/۹۲۷	۴۳۳/۹۲۷۳	۷۳۸/۲۷۴۹	۴۰۴/۳۴۷۶	۳۰۴/۳۴۷۶	۲۷۱/۱۹۶	۶۳۹/۷۶۸۱

$$\Delta_2 = -$$

$$\frac{0.1 \times 87.7027^2 + 0.5 \times 12.2973^2 + 0.3 \times 9.8456^2}{2(0.1 \times 87.7027 - 0.5 \times 12.2973 + 0.3 \times 9.8456)}$$

$$\rightarrow \Delta_2 = -78.3697$$

$$Q_{AB} = Q_{AB} + \Delta_1 = 77.8571 - 15.7909 = 62.0662$$

$$Q_{AC} = Q_{AC} - \Delta_1 = 22.1429 - (-15.7909)$$

$$Q_{AC} = 37.9338$$

$$Q_{CB} = Q_{CB} - \Delta_1 + \Delta_2$$

$$Q_{CB} = 9.8456 - (-15.7909) + (-78.3697)$$

$$Q_{CB} = -52.7333$$

$$Q_{BD} = Q_{BD} + \Delta_2 = 87.7027 + (-78.3697)$$

$$Q_{BD} = 9.3329$$

$$Q_{CD} = Q_{CD} + \Delta_2 = -12.2973 + (-78.3697)$$

$$Q_{CD} = -90.6671$$

۴- مدل تلفیقی روش هاردی کراس

جهت همگرایی سریع‌تر به جواب نهایی در روش هاردی کراس مدل‌های اصلاح شده مختلفی تا کنون ارائه شده که هر یک از مزایا و معایب خاص خود

با توجه به جدول ۲ بعد از هشت بار تکرار محاسبات برای روش‌های هاردی کراس و اصلاحی ونگ بیانگر این مطلب است که نتایج نهایی آن با نتایج حاصل از شبیه‌سازی نرم افزار ونت‌سیم که پیش از این در شکل ۲ ارائه شده کاملاً مطابقت دارد. ولی نتایج حاصل در جدول ۳ بیانگر این مطلب است که روش اصلاح شده افرائی و مدنی به جای همگرایی سبب واگرایی به جواب نهایی شده است. خطای حاصل در روش اصلاح شده افرائی و مدنی از مرحله دوم انجام محاسبات اتفاق می‌افتد که سبب تولید یک شدت جریان دیگر با مقدار منفی می‌شود. تکرار دوم به شرح ذیل بیان می‌شود:

$$\Delta_1 = -$$

$$\frac{0.1 \times 77.8571^2 - 0.3 \times 9.8456^2 - 0.2 \times 22.1429^2}{2(0.1 \times 77.8571 + 0.3 \times 9.8456 + 0.2 \times 22.1429)}$$

$$\rightarrow \Delta_1 = -15.7909$$

مطابق جدول ۴ خواهد شد. طبق این جدول مشاهده می‌شود که اولاً نتایج حاصل شده با نتایج حاصل از نرم افزار ونت‌سیم که پیش از این در شکل ۲ ارائه شده کاملاً با هم مطابقت داشته و ثانیاً مدل تلفیقی مذکور طی ۴ مرحله به جواب نهایی می‌رسد در صورتی که مدل‌های قبلی طبق جدول ۱ طی ۷ مرحله به جواب نهایی رسیده‌اند.

$$\Delta_1 = -\frac{0.1 \times 70^2 - 0.3 \times 10^2 - 0.2 \times 30^2}{2(0.1 \times 70 + 0.3 \times 10 + 0.2 \times 30)} = -8.75$$

$$Q_{AB} = Q_{AB} + \Delta_1 = 70 - 8.75 = 61.25$$

$$Q_{AC} = Q_{AC} - \Delta_1 = 30 - (-8.75) = 38.75$$

$$Q_{CB} = Q_{CB} - \Delta_1 = 10 - (-8.75) = 18.75$$

$$\Delta_2 = -\frac{0.1 \times 80^2 - 0.5 \times 20^2 + 0.3 \times 18.75^2}{2(0.1 \times 80 + 0.5 \times 20 + 0.3 \times 18.75)}$$

$$\rightarrow \Delta_2 = -11.5443$$

$$Q_{CB} = Q_{CB} + \Delta_2 = 18.75 + (-11.5443) = 7.2057$$

$$Q_{BD} = Q_{BD} + \Delta_2 = 80 + (-11.5443) = 68.4557$$

$$Q_{CD} = Q_{CD} - \Delta_2 = 20 - (-11.5443) = 31.5443$$

برخوردار است. در همه مدل‌های اصلاح شده تصحیحات انجام شده مربوط به مراحل چهارم و پنجم از مراحل حل روش هاردی کراس است. در تمام مدل‌های اصلاح شده این دو مرحله جدا از هم بررسی و محاسبه می‌شوند یعنی پس از اتمام عملیات مرحله چهارم، عملیات مرحله پنجم شروع می‌شود که این امر یکی از معایب دسترسی سریع‌تر به جواب نهایی است. لذا جهت رفع عیب فوق مدل تلفیقی روش هاردی کراس ارائه می‌شود که سبب دسترسی سریع‌تر به جواب نهایی است. این مدل بر اساس حل توام و گام به گام مراحل چهارم و پنجم و بررسی تاثیر هر یک بر دیگری استوار است. به عبارت دیگر بعد از محاسبه خطای حلقه اول، باید عملیات تصحیح شدت جریان شاخه‌های مربوطه انجام شود و سپس خطای حلقه دوم برآورد گردد. بر این اساس حل توام دو مرحله چهارم و پنجم از مراحل حل روش هاردی کراس سبب دسترسی سریع‌تر به جواب نهایی خواهد شد. جهت اثبات این ادعا به سه مثال ذیل توجه شود.

۴-۱- مثال اول

با توجه به شبکه تهویه فرضی ارائه شده در شکل ۱ و شدت جریان‌های فرضی ترسیم شده در شکل ۳، مرحله اول انجام محاسبات مدل تلفیقی روش هاردی کراس به شرح ذیل و سایر مراحل انجام محاسبات

جدول ۴- نتایج مراحل مدل تلفیقی روش هاردی کراس برای مثال اول (Q:m³/s)

شرح	Q_{AB}	Q_{AC}	Q_{CB}	Q_{BD}	Q_{CD}	Δ_1	Δ_2
تکرار اول	۶۱/۲۵	۳۸/۷۵	۷/۲۰۵۷	۶۸/۴۵۵۷	۳۱/۵۴۴۳	-۸/۷۵	-۱۱/۵۴۴۳
تکرار دوم	۵۹/۴۰۲۱	۴۰/۵۹۷۹	۹/۱۳۸۷	۶۸/۵۴۰۸	۳۱/۴۵۹۲	-۱/۸۴۷۹	۰/۰۸۵۱
تکرار سوم	۵۹/۴۵۶۶	۴۰/۵۴۳۴	۹/۰۹۰۱	۶۸/۵۴۶۷	۳۱/۴۵۳۳	۰/۰۵۴۵	۰/۰۰۵۹
تکرار چهارم	۵۹/۴۵۷۶	۴۰/۵۴۲۴	۹/۰۸۹۲	۶۸/۵۴۶۸	۳۱/۴۵۳۲	۰/۰۰۱	۰/۰۰۰۱

۴-۲- مثال دوم

با توجه به شبکه تهویه فرضی ارائه شده در شکل ۱ و

شدت جریان‌های فرضی ترسیم شده در شکل ۴، مرحله اول انجام محاسبات مدل تلفیقی روش هاردی کراس به شرح ذیل و سایر مراحل انجام محاسبات

$$Q_{AB} = Q_{AB} + \Delta_1 = 70 + 7.8571 = 77.8571$$

$$Q_{AC} = Q_{AC} - \Delta_1 = 30 - 7.8571 = 22.1429$$

$$Q_{CB} = Q_{CB} - \Delta_1 = 50 - 7.8571 = 42.1429$$

$$\Delta_2 = -\frac{0.1 \times 120^2 + 0.5 \times 20^2 + 0.3 \times 42.1429^2}{2(0.1 \times 120 + 0.5 \times 20 + 0.3 \times 42.1429)}$$

$$\rightarrow \Delta_2 = -31.36$$

$$Q_{CB} = Q_{CB} + \Delta_2 = 42.1429 + (-31.36) = 10.7828$$

$$Q_{BD} = Q_{BD} + \Delta_2 = 120 + (-31.36) = 88.6399$$

$$Q_{CD} = Q_{CD} + \Delta_2 = 20 + (-31.36) = -11.36$$

مطابق جدول ۵ خواهد بود. طبق این جدول مشاهده می‌شود که اولاً نتایج حاصل شده با نتایج حاصل از نرم افزار ونت‌سیم که پیش از این در شکل ۲ ارائه شده کاملاً با هم مطابقت داشته و ثانیاً مدل اصلاح شده مذکور طی ۶ مرحله به جواب نهایی می‌رسد در صورتی که برخی از مدل‌های قبلی طبق جدول ۲ طی ۸ مرحله به جواب نهایی رسیده‌اند.

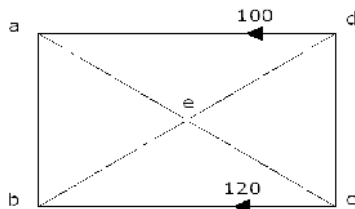
$$\Delta_1 = -\frac{0.1 \times 70^2 - 0.3 \times 50^2 - 0.2 \times 30^2}{2(0.1 \times 70 + 0.3 \times 50 + 0.2 \times 30)}$$

$$\rightarrow \Delta_1 = 7.8571$$

جدول ۵- نتایج مراحل مدل تلفیقی روش هاردی کراس برای مثال دوم (Q:m³/s)

شرح	Q_{AB}	Q_{AC}	Q_{CB}	Q_{BD}	Q_{CD}	Δ_1	Δ_2
تکرار اول	۷۷/۸۵۷۱	۲۲/۱۴۲۹	۱۰/۷۸۲۸	۸۸/۶۳۹۹	-۱۱/۳۶	۷/۸۵۷۱	-۳۱/۳۶
تکرار دوم	۶۲/۵۴۱۳	۳۷/۴۵۸۷	۵/۴۱۵۳	۶۷/۹۵۶۷	۳۲/۰۴۳۴	-۱۵/۳۱۵۸	-۲۰/۶۸۳۳
تکرار سوم	۵۹/۲۳۲۶	۴۰/۷۶۷۴	۹/۲۸۹۱	۶۸/۵۲۱۷	۳۱/۴۷۸۳	-۳/۳۰۸۷	۰/۵۶۵۱
تکرار چهارم	۵۹/۴۵۳۰	۴۰/۵۴۷۰	۹/۰۹۳۴	۶۸/۵۴۶۳	۳۱/۴۵۳۷	۰/۲۲۰۴	۰/۰۲۴۶
تکرار پنجم	۵۹/۴۵۷۵	۴۰/۵۴۲۵	۹/۰۸۹۳	۶۸/۵۴۶۸	۳۱/۴۵۳۲	۰/۰۰۴۶	۰/۰۰۰۴۹
تکرار ششم	۵۹/۴۵۷۶	۴۰/۵۴۲۴	۹/۰۸۹۲	۶۸/۵۴۶۸	۳۱/۴۵۳۲	۰/۰۰۰۰۸	۰/۰۰۰۰۰۹

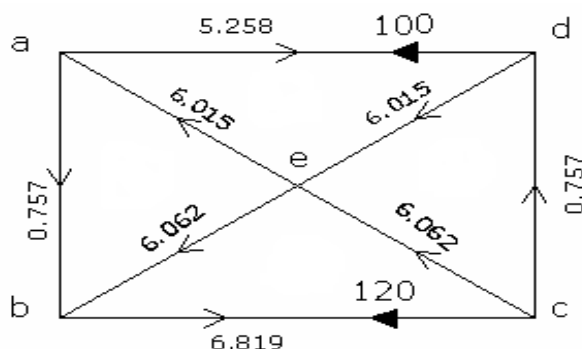
شبیه‌سازی نرم‌افزار ونت‌سیم برای توزیع شدت جریان هر یک از شاخه‌های شبکه مذکور در شکل ۶ ارائه شده است.



شکل ۵- شبکه تهویه فرضی

۴-۳-مثال سوم

شبکه تهویه یک فضای زیرزمینی فرضی مطابق شکل ۵ منظور شده است. در این شبکه مقاومت معدنی هر شاخه معادل ۱ کیلومورگ و دو بادبزن با مشخصات ۱۰۰ و ۱۲۰ میلیمتر آب در این شبکه در نظر گرفته شده است. ابتدا این شبکه را با استفاده از نرم افزار ونت‌سیم شبیه‌سازی کرده و سپس نتایج آن با روش‌های دستی هاردی کراس، اصلاح شده ونگ (با تغییر جهت جریان در مقابل شدت جریان با مقدار منفی) و مدل تلفیقی آن مقایسه می‌شود. نتیجه



شکل ۶- توزیع شدت جریان هوا توسط نرم افزار ونتسیم

$$\Delta_4 = -\frac{+1 \times 15^2 + 1 \times 8^2 + 1 \times 3^2 - 100}{2(1 \times 15 + 1 \times 8 + 1 \times 3)}$$

$$\rightarrow \Delta_4 = -3.808$$

$$Q'_{ab} = Q_{ab} - \Delta_1 = 5 - 2.147 = 2.853 \frac{m^3}{s}$$

$$Q'_{ea} = Q_{ea} - \Delta_1 + \Delta_4 = 8 - 2.147 - 3.808 = 2.045 \frac{m^3}{s}$$

$$Q'_{eb} = Q_{eb} + \Delta_1 - \Delta_2 = 4 + 2.147 + 1 = 7.147 \frac{m^3}{s}$$

$$Q'_{bc} = Q_{bc} - \Delta_2 = 9 + 1 = 10 \frac{m^3}{s}$$

$$Q'_{ce} = Q_{ce} + \Delta_2 - \Delta_3 = 3 - 1 - 6.3 = -4.3 \frac{m^3}{s}$$

$$Q'_{cd} = Q_{cd} - \Delta_3 = 12 - 6.3 = 5.7 \frac{m^3}{s}$$

$$Q'_{de} = Q_{de} - \Delta_3 + \Delta_4 = 15 - 6.3 - 3.808 = 4.892 \frac{m^3}{s}$$

$$Q'_{ad} = Q_{ad} + \Delta_4 = 3 - 3.808 = -0.808 \frac{m^3}{s}$$

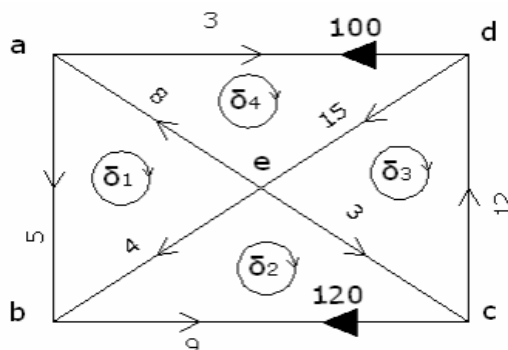
جهت تحلیل شدت جریان هر یک از شاخه‌ها به روش هاردی کراس، اصلاح شده ونگ و مدل تلفیقی آن نیاز به یک شدت جریان فرضی است. این شدت جریان‌های فرضی به همراه انتخاب حلقه‌های مورد نیاز شبکه در شکل ۷ نمایش یافته است.

مرحله اول انجام محاسبات روش هاردی کراس و اصلاح شده ونگ به شرح ذیل و نتایج سایر مراحل آن مطابق جدول ۶ خواهد شد. طبق این جدول نتیجه مرحله چهارم آن مطابق شکل ۶ است که پیش از این توسط نرم‌افزار ونتسیم ارایه شده است.

$$\Delta_1 = -\frac{-1 \times 8^2 + 1 \times 4^2 - 1 \times 5^2}{2(1 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 5)} = 2.147$$

$$\Delta_2 = -\frac{-1 \times 4^2 + 1 \times 3^2 - 1 \times 9^2 + 120}{2(1 \times 4 + 1 \times 3 + 1 \times 9)} = -1$$

$$\Delta_3 = -\frac{-1 \times 3^2 - 1 \times 15^2 - 1 \times 12^2}{2(1 \times 3 + 1 \times 15 + 1 \times 12)} = 6.3$$



شکل ۷- شدت جریان‌های فرضی هوا به همراه انتخاب حلقه

جدول ۶- نتایج مراحل روش هاردی کراس و اصلاح شده ونگ برای مثال سوم (Q:m³/s)

شرح	Q_{ab}	Q_{eb}	Q_{bc}	Q_{ce}	Q_{cd}	Q_{ad}	Q_{ea}	Q_{de}
تکرار ۱	۲/۸۵۳	۷/۱۴۷	۱۰	-۴/۳	۵/۷	-۰/۸۰۸	۲/۰۴۵	۴/۸۹۲
تکرار ۲	۴/۴۶۲	۴/۳۸۳	۸/۸۴۴	۴/۴۱۸	۴/۴۲۶	-۳/۸۷۵	۸/۳۳۷	۸/۳۰۱
تکرار ۳	۲/۴۱۹	۶/۵۱۲	۸/۹۳۱	۶/۵۱۶	۲/۴۱۵	۲/۵۷۳	۴/۹۹۱	۴/۹۸۷
تکرار ۴	۲/۸۳۷	۵/۰۷۸	۷/۹۱۵	۵/۰۷۸	۲/۸۳۷	۴/۳۰۹	۷/۱۴۶	۷/۱۴۶
تکرار ۵	۱/۷۰۳	۶/۳۴۵	۸/۰۷۵	۶/۳۴۶	۱/۷۳۰	۳/۷۵۳	۵/۴۸۳	۵/۴۸۳
تکرار ۱۰	۱/۲۲۳	۵/۸۳۶	۷/۰۵۹	۵/۸۳۶	۱/۲۲۳	۵/۰۰۳	۶/۲۲۷	۶/۲۲۷
تکرار ۱۵	-۰/۸۴۸	۶/۰۸۶	۶/۹۳۴	۶/۰۸۶	-۰/۸۴۸	۵/۱۳۱	۵/۹۸۰	۵/۹۸۰
تکرار ۲۰	-۰/۸۰۱	۶/۰۴۱	۶/۸۴۲	۶/۰۴۱	-۰/۸۰۱	۵/۲۳۳	۶/۰۳۴	۶/۰۳۴
تکرار ۲۵	-۰/۷۶۶	۶/۰۶۴	۶/۸۳۰	۶/۰۶۴	-۰/۷۶۶	۵/۲۴۶	۶/۰۱۱	۶/۰۱۱
تکرار ۳۰	-۰/۷۶۱	۶/۰۶۰	۶/۸۲۱	۶/۰۶۰	-۰/۷۶۱	۵/۲۵۵	۶/۰۱۷	۶/۰۱۷
تکرار ۳۵	-۰/۷۵۸	۶/۰۶۲	۶/۸۲۰	۶/۰۶۲	-۰/۷۵۸	۵/۲۵۷	۶/۰۱۴	۶/۰۱۴
تکرار ۴۰	-۰/۷۵۷	۶/۰۶۲	۶/۸۱۹	۶/۰۶۲	-۰/۷۵۷	۵/۲۵۸	۶/۰۱۵	۶/۰۱۵

$$\rightarrow \Delta_2 = -0.281 \rightarrow \begin{cases} Q'_{eb} = 6.147 + 0.281 = 6.428 \\ Q'_{bc} = 9 + 0.281 = 9.281 \\ Q'_{ce} = 3 - 0.281 = 2.719 \end{cases}$$

$$\Delta_3 = -\frac{-1 \times 2.719^2 - 1 \times 15^2 - 1 \times 12^2}{2(2.719 + 1 \times 15 + 1 \times 12)} = 6.333$$

$$\rightarrow \begin{cases} Q'_{ce} = 2.719 - 6.333 = -3.614 \\ Q'_{de} = 15 - 6.333 = 8.667 \\ Q'_{cd} = 12 - 6.333 = 5.667 \end{cases}$$

$$\Delta_4 = -\frac{1 \times 8.667^2 + 1 \times 5.853^2 + 1 \times 3^2 - 100}{2(1 \times 8.667 + 1 \times 5.853 + 1 \times 3)}$$

$$\rightarrow \Delta_4 = -0.525 \rightarrow \begin{cases} Q'_{de} = 8.667 - 0.525 = 8.142 \\ Q'_{ea} = 5.853 - 0.525 = 5.328 \\ Q'_{ad} = 3 - 0.525 = 2.475 \end{cases}$$

همچنین مرحله اول انجام محاسبات مدل تلفیقی روش هاردی کراس به شرح ذیل و نتایج سایر مراحل آن مطابق **جدول ۷** خواهد شد. طبق این جدول نتیجه مرحله بیست و یکم آن مطابق **شکل ۶** است که پیش از این توسط نرم‌افزار ونت‌سیم ارایه شده است.

$$\Delta_1 = -\frac{-1 \times 5^2 + 1 \times 4^2 - 1 \times 8^2}{2(1 \times 5 + 1 \times 4 + 1 \times 8)} = 2.147$$

$$\rightarrow \begin{cases} Q'_{ab} = 5 - 2.147 = 2.853 \\ Q'_{eb} = 4 + 2.147 = 6.147 \\ Q'_{ea} = 8 - 2.147 = 5.853 \end{cases}$$

$$\Delta_2 = -\frac{-1 \times 6.147^2 - 1 \times 9^2 + 1 \times 3^2 + 120}{2(1 \times 6.147 + 1 \times 9 + 1 \times 3)}$$

جدول ۷- نتایج مراحل مدل تلفیقی روش هاردی کراس برای مثال سوم (Q:m³/s)

شرح	Q_{ab}	Q_{eb}	Q_{bc}	Q_{ce}	Q_{cd}	Q_{ad}	Q_{ea}	Q_{de}
تکرار ۱	۲/۸۵۳	۶/۴۲۸	۹/۲۸۱	-۳/۶۱۴	۵/۶۶۷	۲/۴۷۵	۵/۳۲۸	۸/۱۴۲
تکرار ۲	۲/۸۵۳	۵/۸۹۷	۸/۷۵۰	۵/۷۱۵	۳/۰۳۵	۳/۷۹۴	۶/۶۴۷	۶/۸۲۹
تکرار ۳	۲/۲۸۳	۵/۷۲۵	۸/۰۰۹	۶/۰۲۲	۱/۹۸۷	۴/۲۸۱	۶/۵۶۵	۶/۲۶۸
تکرار ۴	۱/۷۵۰	۵/۷۷۶	۷/۵۲۶	۵/۹۹۴	۱/۵۳۲	۴/۶۳۸	۶/۳۸۸	۶/۱۷۰
تکرار ۵	۱/۳۷۳	۵/۸۸۸	۷/۲۶۱	۶/۰۱۲	۱/۲۴۹	۴/۸۷۱	۶/۲۴۴	۶/۱۲۰
تکرار ۱۰	۰/۸۱۹	۶/۰۴۵	۶/۸۶۴	۶/۰۵۷	۰/۸۰۷	۵/۲۱۹	۶/۰۳۸	۶/۰۲۶
تکرار ۱۵	۰/۷۶۳	۶/۰۶۰	۶/۸۲۴	۶/۰۶۲	۰/۷۶۲	۵/۲۵۴	۶/۰۱۷	۶/۰۱۶
تکرار ۱۸	۰/۷۵۹	۶/۰۶۲	۶/۸۲۰	۶/۰۶۲	۰/۷۵۸	۵/۲۵۷	۶/۰۱۵	۶/۰۱۵
تکرار ۲۰	۰/۷۵۸	۶/۰۶۲	۶/۸۲۰	۶/۰۶۲	۰/۷۵۷	۵/۲۵۷	۶/۰۱۵	۶/۰۱۵
تکرار ۲۱	۰/۷۵۷	۶/۰۶۲	۶/۸۱۹	۶/۰۶۲	۰/۷۵۷	۵/۲۵۸	۶/۰۱۵	۶/۰۱۵

۳-۴- مثال چهارم

یک فضای زیرزمینی مطابق شکل ۸ توسط چهار حفاری قائم به سطح زمین ارتباط دارد. در این شبکه مقاومت معدنی هر شاخه مطابق جدول ۸ و دو بادبزن با مشخصات ۱۰۰ و ۸۰ میلیمتر آب در این شبکه در نظر گرفته شده است. ابتدا این شبکه توسط نرم افزار ونتسیم شبیه‌سازی شده و سپس نتایج آن با روش هاردی کراس و مدل تلفیقی مقایسه می‌شود. نتیجه شبیه‌سازی نرم‌افزار ونتسیم برای توزیع شدت جریان هر یک از شاخه‌های شبکه مذکور در شکل ۹ ارایه شده است.

جهت تحلیل شدت جریان هر یک از

شاخه‌ها به روش‌های هاردی کراس نیاز به یک شدت جریان فرضی است. این شدت جریان‌های فرضی در شکل ۱۰ نمایش یافته است. همچنین پنج حلقه مفید در این شبکه وجود دارد که از دو حلقه‌ی افقی و سه حلقه‌ی قائم تشکیل شده که به شرح ذیل می‌باشند (جهت حلقه در جهت عقربه‌های ساعت):

$$R_1 : b - e - c - b$$

$$R_2 : c - e - g - c$$

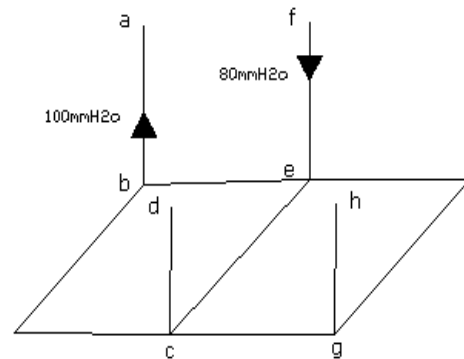
$$R_3 : f - e - b - a$$

$$R_4 : f - e - c - d$$

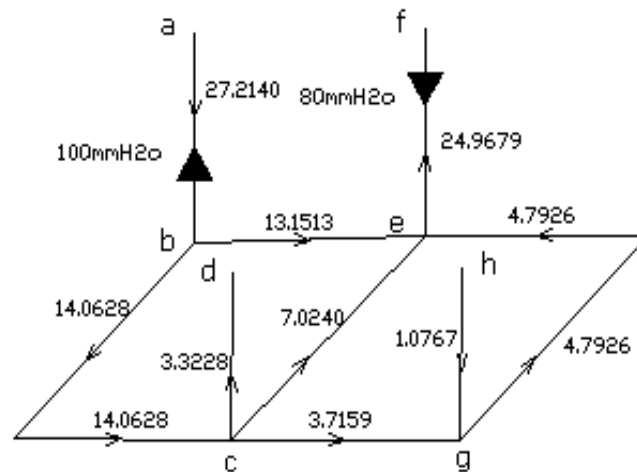
$$R_5 : h - g - c - d$$

جدول ۸- مقاومت شاخه‌ها در شبکه تهویه

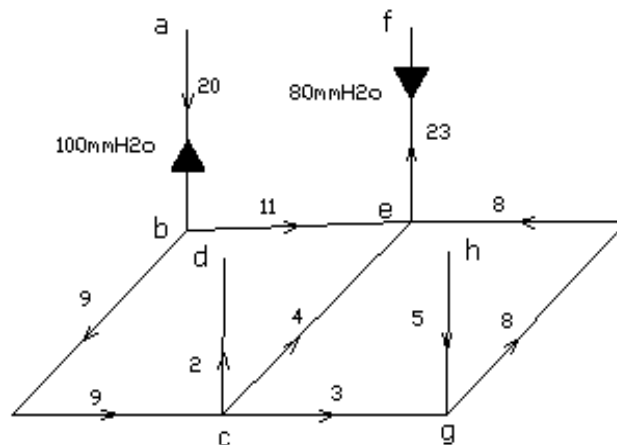
شاخه	مقاومت کار معدنی (کیلو مورگ)
ab	۰/۱
bc	۰/۱۲
cd	۰/۲
ce	۰/۱۵
be	۰/۱۸
ef	۰/۱۲
cg	۰/۱۷
eg	۰/۲۲
gh	۰/۱۲



شکل ۸- شبکه تهویه فرضی



شکل ۹- توزیع شدت جریان هوا توسط نرم افزار ونت‌سیم



شکل ۱۰- شدت جریان‌های فرضی هوا

$$Q'_{ab} = Q_{ab} - \Delta_3 = 20 - (-4.0608) = 24.0608 \frac{m^3}{s}$$

$$Q'_{bc} = Q_{bc} - \Delta_1 = 9 - (-1.3197) = 10.3197 \frac{m^3}{s}$$

$$Q'_{cd} = Q_{cd} + \Delta_4 + \Delta_5 = 2 + (-1.9840) + (-0.7517)$$

$$\rightarrow Q'_{cd} = -0.7357 \frac{m^3}{s}$$

$$Q'_{cg} = Q_{cg} - \Delta_2 - \Delta_5 = 3 - 2.3014 - (-0.7517)$$

$$\rightarrow Q'_{cg} = 1.4503 \frac{m^3}{s}$$

$$Q'_{gh} = Q_{gh} + \Delta_5 = 5 + (-0.7517) = 4.2483 \frac{m^3}{s}$$

$$Q'_{eg} = Q_{eg} - \Delta_2 = 8 - 2.3014 = 5.6986 \frac{m^3}{s}$$

$$Q'_{ef} = Q_{ef} - \Delta_3 - \Delta_4 = 23 - (-4.0608) - (-1.9840)$$

$$\rightarrow Q'_{ef} = 29.0449 \frac{m^3}{s}$$

$$Q'_{be} = Q_{be} + \Delta_1 - \Delta_3 = 11 + (-1.3197) - (-4.0608)$$

$$\rightarrow Q'_{be} = 13.7412 \frac{m^3}{s}$$

$$Q'_{ce} = Q_{ce} - \Delta_1 + \Delta_2 - \Delta_4 = 4 - (-1.3197) + 2.3014 -$$

$$(-1.9840) \rightarrow Q'_{ce} = 9.6051 \frac{m^3}{s}$$

مرحله اول انجام محاسبات روش هاردی کراس و اصلاح شده ونگ به شرح ذیل و نتایج سایر مراحل آن مطابق جدول ۹ خواهد شد. طبق این جدول نتیجه مرحله پنجاهم آن مطابق شکل ۹ است که پیش از این توسط نرم افزار ونتسیم ارایه شده است.

$$\Delta_1 = -\frac{-0.12 \times 9^2 - 0.15 \times 4^2 + 0.18 \times 11^2}{2(0.12 \times 9 + 0.15 \times 4 + 0.18 \times 11)}$$

$$\rightarrow \Delta_1 = -1.3197$$

$$\Delta_2 = -\frac{0.15 \times 4^2 - 0.17 \times 3^2 - 0.22 \times 8^2}{2(0.15 \times 4 + 0.17 \times 3 + 0.22 \times 8)} = 2.3014$$

$$\Delta_3 = -\frac{-0.18 \times 11^2 - 0.1 \times 20^2 - 0.12 \times 23^2 + 180}{2(0.18 \times 11 + 0.1 \times 20 + 0.12 \times 23)}$$

$$\rightarrow \Delta_3 = -4.0608$$

$$\Delta_4 = -\frac{-0.15 \times 4^2 - 0.12 \times 23^2 + 0.2 \times 2^2 + 80}{2(0.15 \times 4 + 0.12 \times 23 + 0.2 \times 2)}$$

$$\rightarrow \Delta_4 = -1.9840$$

$$\Delta_5 = -\frac{0.2 \times 2^2 - 0.17 \times 3^2 + 0.12 \times 5^2}{2(0.2 \times 2 + 0.17 \times 3 + 0.12 \times 5)} = -0.7517$$

جدول ۹- نتایج مراحل روش هاردی کراس و اصلاح شده ونگ برای مثال چهارم (Q:m³/s)

شرح	Q _{ab}	Q _{bc}	Q _{cd}	Q _{cg}	Q _{gh}	Q _{eg}	Q _{ef}	Q _{be}	Q _{ce}
تکرار ۱	۲۴/۰۶۰۸	۱۰/۳۱۹۷	-۰/۷۳۵۷	۱/۴۵۰۳	۴/۲۴۸۳	۵/۶۹۸۶	۲۹/۰۴۴۹	۱۳/۷۴۱۲	۹/۶۰۵۱
تکرار ۲	۲۳/۲۷۷۰	۱۱/۰۳۴۸	-۱/۷۹۰۶	۳/۸۴/۴۶	۳/۳۰۷۵	۶/۷۷۵۹	۲۴/۷۹۴۰	۱۲/۲۴۲۳	۵/۷۷۵۸
تکرار ۳	۲۴/۹۴۷۰	۱۱/۸۷۲۴	۱/۶۰۲۰	۲/۲۲۲۷	۳/۳۴۱۴	۵/۵۶۴۱	۲۶/۶۸۶۴	۱۳/۰۷۴۶	۸/۰۴۷۷
تکرار ۴	۲۵/۰۴۲۴	۱۲/۲۸۷۷	۲/۶۹۱۰	۳/۰۵۰۹	۲/۸۸۰۵	۵/۹۳۱۴	۲۵/۲۳۱۹	۱۲/۷۵۴۶	۶/۵۴۵۸
تکرار ۵	۲۵/۷۸۳۸	۱۲/۷۸۶۱	۲/۵۳۵۲	۲/۸۴۲۱	۲/۵۷۳۴	۵/۴۱۵۴	۲۵/۸۲۲۰	۱۲/۹۹۷۷	۷/۴۰۸۹
تکرار ۱۰	۲۶/۷۸۵۸	۱۳/۷۱۵۰	۳/۲۲۴۹	۳/۴۹۰۷	۱/۵۷۵۱	۵/۰۶۵۸	۲۵/۱۳۶۰	۱۳/۰۷۰۸	۶/۹۹۹۴
تکرار ۱۵	۲۷/۰۹۴۴	۱۳/۹۶۶۵	۳/۲۹۶۳	۳/۶۴۷۷	۱/۲۲۷۰	۴/۸۷۴۸	۲۵/۰۲۵۲	۱۳/۱۲۷۹	۷/۰۲۲۵
تکرار ۲۰	۲۷/۱۷۹۴	۱۴/۰۳۵۲	۳/۳۱۶۱	۳/۶۹۶۲	۱/۱۲۱۱	۴/۸۱۷۲	۲۴/۹۸۴۳	۱۳/۱۴۴۲	۷/۰۲۲۹
تکرار ۲۵	۲۷/۲۰۴۰	۱۴/۰۵۴۸	۳/۳۲۰۹	۳/۷۱۰۲	۱/۰۸۹۶	۴/۷۹۹۸	۲۴/۹۷۲۷	۱۳/۱۴۹۲	۷/۰۲۳۷
تکرار ۳۰	۲۷/۲۱۱۱	۱۴/۰۶۰۵	۳/۳۲۲۳	۳/۷۱۴۲	۱/۰۸۰۵	۴/۷۹۴۷	۲۴/۹۶۹۳	۱۳/۱۵۰۷	۷/۰۲۳۹
تکرار ۳۵	۲۷/۲۱۳۲	۱۴/۰۶۲۱	۳/۳۲۲۷	۳/۷۱۵۴	۱/۰۷۷۸	۴/۷۹۳۲	۲۴/۹۶۸۳	۱۳/۱۵۱۱	۷/۰۲۴۰
تکرار ۴۰	۲۷/۲۱۳۸	۱۴/۰۶۲۶	۳/۳۲۲۸	۳/۷۱۵۸	۱/۰۷۷۰	۴/۷۹۲۸	۲۴/۹۶۸۰	۱۳/۱۵۱۲	۷/۰۲۴۰
تکرار ۴۵	۲۷/۲۱۴۰	۱۴/۰۶۲۷	۳/۳۲۲۸	۳/۷۱۵۹	۱/۰۷۶۸	۴/۷۹۲۷	۲۴/۹۶۸۰	۱۳/۱۵۱۲	۷/۰۲۴۰
تکرار ۵۰	۲۷/۲۱۴۰	۱۴/۰۶۲۸	۳/۳۲۲۸	۳/۷۱۵۹	۱/۰۷۶۷	۴/۷۹۲۶	۲۴/۹۶۷۹	۱۳/۱۵۱۳	۷/۰۲۴۰

$$\Delta_5 = - \frac{0.2 \times 3.9055^2 - 0.17 \times 1.1478^2 + 0.12 \times 5^2}{2(0.2 \times 3.9055 + 0.17 \times 1.1478 + 0.12 \times 5)}$$

$$\Delta_5 = -1.8483 \rightarrow \begin{cases} Q'_{cd} = 3.9055 - 1.8483 = 2.0572 \\ Q'_{cg} = 1.1478 + 1.8483 = 2.9960 \\ Q'_{gh} = 5 - 1.8483 = 3.1517 \end{cases}$$

۵- نتیجه‌گیری

روش‌های مختلفی همچون روش دستی و رایانه‌ای جهت تحلیل تهویه شبکه‌های فضای زیرزمینی ارائه شده است. شرط انتخاب نوع روش به هدف از تحلیل شبکه بستگی دارد. اگر هدف از تحلیل شبکه‌های تهویه فضای زیرزمینی، بررسی تاثیر یک یا چند بادبزن بر شبکه باشد در این صورت بهتر است از روش رایانه‌ای استفاده شود. این روش بر پایه روش‌های تقریبی ریاضی استوار است.

روش هاردی کراس در بین روش‌های تقریبی ریاضی جهت تحلیل شبکه تهویه فضاها‌ی زیرزمینی از عمومیت بیشتری برخوردار است. همگرایی در این روش به مقادیر و جهت شدت جریان‌های فرضی و ترتیب انتخاب حلقه‌ها بستگی دارد. اگر در تحلیل شبکه با استفاده از این روش، مقدار شدت جریان جدید شاخه‌ای منفی شود در این صورت باید جهت جریان هوا در شاخه مورد نظر برعکس شود.

تصحیح ونگ مربوط به مرحله چهارم از مراحل حل روش هاردی کراس است. در این مدل اصلاح شده اگر مقدار شدت جریان جدید شاخه‌ای منفی شود در این صورت یا جهت جریان هوا در شاخه مورد نظر برعکس می‌شود یا جهت جریان تغییر نمی‌کند. اگر جهت جریان تغییر نکند در این صورت شدت جریان با مقدار منفی در رابطه ۴ باید ظاهر شود.

تصحیح افرائی و مدنی نیز مربوط به

همچنین مرحله اول انجام محاسبات مدل تلفیقی روش هاردی کراس به شرح ذیل و نتایج سایر مراحل آن مطابق جدول ۱۰ خواهد شد. طبق این جدول نتیجه مرحله بیست و پنجم آن مطابق شکل ۹ است که پیش از این توسط نرم‌افزار ونتسیم ارائه شده است.

$$\Delta_1 = - \frac{-0.12 \times 9^2 - 0.15 \times 4^2 + 0.18 \times 11^2}{2(0.12 \times 9 + 0.15 \times 4 + 0.18 \times 11)} \rightarrow$$

$$\Delta_1 = -1.3197 \rightarrow \begin{cases} Q'_{bc} = 9 + 1.3197 = 10.3197 \\ Q'_{ce} = 4 + 1.3197 = 5.3197 \\ Q'_{be} = 11 - 1.3197 = 9.6803 \end{cases}$$

$$\Delta_2 = - \frac{0.15 \times 5.3197^2 - 0.17 \times 3^2 - 0.22 \times 8^2}{2(0.15 \times 5.3197 + 0.17 \times 3 + 0.22 \times 8)}$$

$$\rightarrow \Delta_2 = 1.8522 \rightarrow \begin{cases} Q'_{ce} = 5.3197 + 1.8522 = 7.1719 \\ Q'_{cg} = 3 - 1.8522 = 1.1478 \\ Q'_{eg} = 8 - 1.8522 = 6.1478 \end{cases}$$

$$\Delta_3 = -$$

$$\frac{-0.18 \times 9.6803^2 - 0.1 \times 20^2 - 0.12 \times 23^2 + 180}{2(0.18 \times 9.6803 + 0.1 \times 20 + 0.12 \times 23)}$$

$$\Delta_3 = -4.5869 \rightarrow \begin{cases} Q'_{be} = 9.6803 + 4.5869 = 14.2672 \\ Q'_{ab} = 20 + 4.5869 = 24.5869 \\ Q'_{ef} = 23 + 4.5869 = 27.5869 \end{cases}$$

$$\Delta_4 = -$$

$$\frac{-0.15 \times 7.1719^2 - 0.12 \times 27.5869^2 + 0.2 \times 2^2 + 80}{2(0.15 \times 7.1719^2 - 0.12 \times 27.5869^2 + 0.2 \times 2^2 + 80)}$$

$$\Delta_4 = 1.9055 \rightarrow \begin{cases} Q'_{ce} = 7.1719 - 1.9055 = 5.2664 \\ Q'_{ef} = 27.5869 - 1.9055 = 25.6814 \\ Q'_{cd} = 2 + 1.9055 = 3.9055 \end{cases}$$

برای دسترسی سریع‌تر به جواب نهایی لازم است حل توام و گام به گام مراحل چهارم و پنجم و بررسی تاثیر هر یک بر دیگری اجرا شود. به عبارت دیگر بعد از محاسبه خطای حلقه اول، باید عملیات تصحیح شدت جریان شاخه‌های مربوطه انجام شود و سپس خطای حلقه دوم برآورد گردد. طبق مثال‌های سوم و چهارم در بخش چهارم این مدل تلفیقی توانسته است تعداد تکرار انجام محاسبات روش هاردی کراس را تقریباً به ۵۰ درصد کاهش دهد.

مرحله چهارم از مراحل حل روش هاردی کراس است. در این مدل اصلاح شده اگر مقدار شدت جریان جدید شاخه‌ای منفی شود در این صورت در بعضی از مدل‌ها دچار واگرایی می‌شود.

مراحل چهارم و پنجم از حل معادله هاردی کراس در تمام مدل‌های اصلاح شده آن جدا از هم بررسی و محاسبه می‌شوند که این امر یکی از معایب دسترسی سریع‌تر به جواب نهایی است. لذا جهت رفع عیب فوق مدل تلفیقی روش هاردی کراس ارائه شده است. در این مدل

جدول ۱۰- نتایج مراحل مدل تلفیقی روش هاردی کراس برای مثال چهارم (Q:m³/s)

شرح	Q_{ab}	Q_{bc}	Q_{cd}	Q_{cg}	Q_{gh}	Q_{eg}	Q_{ef}	Q_{be}	Q_{ce}
تکرار ۱	۲۴/۵۸۶۹	۱۰/۳۱۹۷	۲/۰۵۷۲	۲/۹۹۶۰	۳/۱۵۱۷	۶/۱۴۷۸	۲۵/۶۸۱۴	۱۴/۲۶۷۲	۵/۲۶۶۴
تکرار ۲	۲۵/۴۸۹۷	۱۲/۴۶۲۶	۲/۶۶۶۴	۳/۴۶۳۸	۲/۴۱۳۹	۵/۸۷۷۷	۲۵/۲۳۷۲	۱۳/۰۲۷۱	۶/۳۳۲۴
تکرار ۳	۲۶/۱۸۵۳	۱۳/۰۷۷۸	۲/۹۴۸۷	۳/۵۵۰۴	۱/۹۱۷۰	۵/۴۶۷۴	۲۵/۱۵۳۷	۱۳/۱۰۷۵	۶/۵۷۸۸
تکرار ۴	۲۶/۵۹۱۱	۱۳/۴۷۵۵	۳/۱۰۶۸	۳/۶۱۶۷	۱/۶۰۲۱	۵/۲۱۸۸	۲۵/۰۸۶۳	۱۳/۱۱۵۶	۶/۷۵۲۰
تکرار ۵	۲۶/۸۳۵۴	۱۳/۷۰۹۴	۳/۱۹۵۷	۳/۶۵۶۴	۱/۴۰۳۱	۵/۰۵۹۵	۲۵/۰۴۲۸	۱۳/۱۲۶۱	۶/۸۵۷۲
تکرار ۱۰	۲۷/۱۸۱۷	۱۴/۰۳۳۲	۳/۳۱۲۵	۳/۷۱۱۰	۱/۱۰۵۶	۴/۸۱۶۶	۲۴/۹۷۴۸	۱۳/۱۴۸۵	۷/۰۰۹۶
تکرار ۱۵	۲۷/۲۱۱۲	۱۴/۰۶۰۲	۳/۳۲۱۹	۳/۷۱۵۵	۱/۰۷۹۲	۴/۷۹۴۷	۲۴/۹۶۸۵	۱۳/۱۵۱۰	۷/۰۲۲۸
تکرار ۲۰	۲۷/۲۱۳۸	۱۴/۰۶۲۶	۳/۳۲۲۸	۳/۷۱۵۹	۱/۰۷۶۹	۴/۷۹۲۸	۲۴/۹۶۸۰	۱۳/۱۵۱۲	۷/۰۲۳۹
تکرار ۲۵	۲۷/۲۱۴۰	۱۴/۰۶۲۸	۳/۳۲۲۸	۳/۷۱۵۹	۱/۰۷۶۷	۴/۷۹۲۶	۲۴/۹۶۷۹	۱۳/۱۵۱۳	۷/۰۲۴۰

۶- مراجع

[۱] الهی، ابراهیم؛ (۱۳۹۳)؛ اصول طراحی تهویه در معادن؛ انتشارات جهاد دانشگاهی واحد صنعتی امیر کبیر.

[۲] مدنی، حسن؛ (۱۳۸۵)؛ تهویه در معادن؛ جلد اول، چاپ پنجم، انتشارات مرکز نشر دانشگاهی.

[۳] مدنی، حسن؛ (۱۳۸۲)؛ تهویه در معادن؛ جلد دوم، انتشارات دانشگاه صنعتی امیر کبیر.

- [4] Cross, H. (1936). Analysis of Flow in Networks of Conduits or Conductors. *Bulletin 286, Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbane*, 29 pp.
- [5] Wang, Y. J. (1982). Ventilation Network Theory. Mine Ventilation and Air Conditioning. 2nd ed., H. L. Hartman (Ed.), *Wiley-Interscience, NY*, pp. 167-195.
- [6] Khaled Ali El-Nagdy. (2008). *Analysis of Complex Ventilation Networks in Multiple Fan Coal Mine*, Ph.D thesis, West Virginia University.
- [۷] افرائی، سجاد؛ مدنی، حسن؛ (۱۳۹۱)؛ بررسی عوامل موثر بر همگرایی روش هاردی کراس در تحلیل شبکه‌های تهویه معادن؛ نشریه علمی-پژوهشی مهندسی معدن، دوره هفتم، شماره هفدهم، صفحه ۱۵-۲۱.
- [۸] مدنی، حسن؛ ملکی، بیژن؛ (۱۳۸۶)؛ تحلیل شبکه تهویه معدن با استفاده از روش نیوتن-رفسون بر پایه معادلات DQ؛ نشریه علمی-پژوهشی دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دوره شست و ششم، صفحه ۹۷-۱۰۲.
- [9] Wang, Y. J. (1989). A Procedure for Solving A More Generalized System of Mine Ventilation Network Equations. *Proceedings of the 4th US. Mine Ventilation Symposium, SME, Littleton, Co.*, pp. 419-424.
- [10] Wang, Y. J. (1982b). Critical Path Approach to Mine Ventilation Networks with Controlled Flow. *Trans. SME-AIME, Vol. 272*, pp. 1862-72.
- [11] Bhamidipati, S. S., and Procarione, J. A. (1985). Linear Analysis for the Solution of Flow Distribution Problems. *Proceedings of the 2nd US Mine Ventilation Symposium, Mousset Jones, P. (Ed.)*, Rotterdam, Netherlands, pp. 645-654.
- [12] Kamba, G. M., Jacques, E., and Patigny, J. (1995). Application of the Simplex Method to the Optimal Adjustment of the Parameters of A Ventilation Network. *Proceedings of the 7th US Mine Ventilation Symposium, Wala, A. M. (Ed.)*, SME, Littleton, Co., pp. 461-465.
- [13] Wang, Y. J. (1984). A Non-Linear Programming Formulation for Mine Ventilation Networks with Natural Splitting. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science, Vol. 21, No. 1*, pp. 42-3-45.
- [14] Hu, W., and Longson, I. (1990). The Optimization of Airflow Distribution in Ventilation Networks Using A Nonlinear Programming Method. *Mining Science and Technology, Vol. 10, No. 2*, pp. 209-219.
- [15] Collins, M., Cooper, L., Helgason, R., Kennington, J., and LeBlanc, L. (1978). Solving the Pipe Network Analysis Problem Using Optimization Techniques. *Management Science, Vol. 24*, pp. 747-760.

