

توسعه روش نیوتن-رافسون با جهت‌های متغیر برای تحلیل شبکه‌های تهویه فضاهای زیرزمینی

ابراهیم الهی*

۱- عضو هیات علمی؛ دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان

دریافت دست‌نوشته: ۱۳۹۵/۰۴/۰۲؛ پذیرش دست‌نوشته: ۱۳۹۷/۱۲/۲۵

شناسه دیجیتال (DOI): 10.22044/TUSE.2019.4495.1271

واژگان کلیدی	چکیده
فضای زیرزمینی تهویه روش رایانه‌ای روش نیوتن-رافسون	یکی از روش‌های طراحی شبکه تهویه فضاهای زیرزمینی، روش رایانه‌ای است. روش رایانه‌ای بر پایه روش‌های ریاضی استوار است. روش‌هایی همچون روش نیوتن-رافسون، روش هاردی کراس و مدل‌های اصلاح‌شده آن، مسیر بحرانی، تحلیل خطی و برنامه‌ریزی غیرخطی به‌عنوان برخی از روش‌های ریاضی محسوب می‌شوند. روش نیوتن-رافسون یکی از روش‌های حل معادلات غیرخطی در محاسبات عددی به حساب می‌آید. این روش بر پایه تعریف مشتق و تصحیح آن استوار است. استفاده از روش نیوتن-رافسون در تحلیل شبکه‌های تهویه فضاهای زیرزمینی رایج است ولی بررسی دقیق این روش تاکنون به‌طور کامل انجام نشده است. هدف از ارائه این مقاله، بررسی روش نیوتن-رافسون و بهبود این روش در تحلیل شبکه تهویه فضاهای زیرزمینی با استفاده از جهت‌های متغیر است. تحلیل انجام‌شده بیانگر این مطلب است که استفاده از این روش در شبکه تهویه فضاهای زیرزمینی در بعضی از مدل‌ها برای رسیدن به جواب نهایی دچار واگرایی می‌شود و بر این اساس بهبود این روش امری ضروری است.

۱- مقدمه

شبکه تهویه است؛ اما هدف در روش طراحی رایانه‌ای می‌تواند بررسی تأثیر یک یا چند بادبزن بر شبکه تهویه فضای زیرزمینی باشد در این صورت بهتر است از روش‌های ریاضی استفاده شود (Elahi, 2014).

در روش‌های ریاضی با توجه به قانون گره‌ها و مشخص بودن بادبزن‌های شبکه، یک شدت جریان فرضی با جهت فرضی صحیح در هر یک از شاخه‌های شبکه فضای زیرزمینی در نظر گرفته می‌شود و با استفاده از معادلات ریاضی خطای هر حلقه برآورد و سپس شدت جریان فرضی هوا تصحیح می‌شود. عملیات تصحیح شدت جریان هوا بر اساس معادله ریاضی ارائه شده مادامی انجام می‌شود که خطای محاسبات کمتر یا مساوی دقت انجام محاسبات شود. استفاده از روش‌های ریاضی برای حل شبکه‌های حجیم و

طراحی تهویه فضاهای زیرزمینی با توجه به نقشه معدن، شناسایی گره‌ها و شاخه‌های شبکه، محاسبه مقاومت معدنی هر یک از شاخه‌ها، محاسبه شدت جریان هوا برای هر یک از شاخه‌ها و شدت جریان اصلاح‌شده آن‌ها، محاسبه افت فشار برای هر یک از شاخه‌ها، محاسبه تهویه طبیعی در شبکه، تعدیل شبکه و انتخاب دریچه یا بادبزن مناسب به همراه انتخاب بادبزن اصلی شبکه انجام می‌شود (Elahi, 2014; Madani, 2003).

طراحی تهویه فضاهای زیرزمینی در دو روش دستی و رایانه‌ای امکان‌پذیر است. هدف در روش طراحی دستی، محاسبه قدرت و برآورد انواع بادبزن‌های اصلی، بادبزن‌های فرعی و دریچه‌های تنظیم‌کننده هوا به همراه مکان آن‌ها در

* نویسنده مسئول - استان سیستان و بلوچستان؛ زاهدان؛ بلوار دانشگاه؛ دانشگاه سیستان و بلوچستان؛ دانشکده فنی و مهندسی شهید نیکبخت؛

گروه معدن؛ رایانامه: elahi@eng.usb.ac.ir

$$f(x_2) = 0 \Rightarrow x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

ج- شبیه‌سازی معادله شدت جریان شاخه‌ها (ΔQ) در روش نیوتن-رافسون

$$\begin{aligned} f_n &= f(H_n) = f(\Delta P_n) = f(R_n Q_n^2) \\ \Rightarrow \Delta Q_{n+1} &= \Delta Q_n - \frac{f(H_n)}{\frac{\partial f_n}{\partial \Delta Q}} \end{aligned} \quad (3)$$

د- شبیه‌سازی معادله افت فشار شاخه‌ها ($H = \Delta P$) در روش نیوتن-رافسون

$$\begin{aligned} f_n &= f(H_n) = f(\Delta P_n) = f(R_n Q_n^2) \\ \Rightarrow H_{n+1} &= H_n - \frac{f(H_n)}{\frac{\partial f_n}{\partial H}} \end{aligned} \quad (4)$$

بر این اساس معادله‌های شدت جریان شاخه‌ها (ΔQ) و افت فشار شاخه‌ها ($H = \Delta P$) از شبکه‌های تهویه با استفاده از روش نیوتن-رافسون مطابق روابط ۵ الی ۸ تحلیل خواهد شد (Madani, 2003).

مراحل حل روش نیوتن-رافسون بر اساس معادله شدت جریان شاخه‌ها (ΔQ) به شرح ذیل است:
مرحله اول: با توجه به قانون گره‌ها یک شدت جریان فرضی با جهت فرضی برای هر یک از شاخه‌های شبکه تهویه در نظر گرفته می‌شود.

مرحله دوم: شناسایی حلقه‌های مفید در شبکه تهویه طبق رابطه ۹ و انتخاب یک جهت فرضی برای همه آن‌ها

$$N_R = N_B - N_U \quad (9)$$

مرحله سوم: محاسبه معادله ΔQ بر اساس افت فشار هوا برای هر یک از شاخه‌های شبکه
مرحله چهارم: تکرار عملیات فوق از مرحله سوم تا هنگامی که این تکرار صورت می‌گیرد به صورتی که خطای محاسبات کمتر یا مساوی دقت انجام محاسبات شود.

۳- تحلیل روش نیوتن-رافسون

برای تحلیل این روش، ابتدا برنامه روش فوق بر اساس معادله شدت جریان شاخه‌ها (ΔQ) به زبان برنامه‌نویسی ++C کد نویسی شد تا مقدار خطا در انجام محاسبات به صفر برسد. سپس از چهار مدل شبکه تهویه به شرح ذیل استفاده شده است.

پیچیده در تهویه فضاهاى زیرزمینی توسط انسان تقریباً امری غیرممکن بوده بنابراین استفاده از رایانه برای حل آن‌ها امری ضروری است. نرم‌افزارهای رایانه‌ای مختلفی برای تحلیل شبکه‌های تهویه در معادن ارائه شده است که یکی از معروف‌ترین آن‌ها نرم‌افزار ونت‌سیم (Ventsim) است. در این نرم‌افزار تحلیل‌ها بر اساس معادله هاردی کراس (Hardy Cross) انجام می‌شود (Elahi, 2014; Madani, 2006).

روش‌های تقریبی ریاضی همچون روش نیوتن-رافسون (Madani & Maleki, 2007; Wang, 1989)، روش هاردی کراس (Cross, 1936)، مسیر بحرانی (Wang, 1982)، تحلیل خطی (Bhamidipati & Procarione, 1985; Camba, et al., 1995)، تکنیک‌های بهینه‌سازی (Collins, et al., 1978) و برنامه‌ریزی غیرخطی (Hu & Longson, 1990) در تحلیل با روش‌های رایانه‌ای تاکنون ارائه شده‌اند.

روش نیوتن-رافسون یکی از روش‌های حل معادلات غیرخطی در محاسبات عددی است. این روش توسط ونگ برای تحلیل شبکه‌های تهویه فضاهاى زیرزمینی مطرح شده است (Wang, 1990). همچنین این روش توسط مدنی و ملکی برای تحلیل معادلات بر اساس شدت جریان شاخه‌ها (ΔQ) و افت فشار شاخه‌ها ($H = \Delta P$) در شبکه‌های تهویه مورد استفاده قرار گرفته است (Madani & Maleki, 2007) (Madani & Maleki, 2008).

۲- روش نیوتن-رافسون

یکی از روش‌های حل معادلات غیرخطی در محاسبات عددی استفاده از روش نیوتن-رافسون است. این روش بر پایه تعریف مشتق و تصحیح آن استوار است که در آن مقدار خطای حدس اولیه برای حل معادله برآورد و سپس به حدس اولیه تصحیح می‌شود. در نتیجه معادلات ریاضی آن را می‌توان طبق روابط ۱ الی ۴ بیان کرد.

الف- تعریف مشتق از نظر علم ریاضی

$$f'(x) = \lim_{x_2 \rightarrow x_1} \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \quad (1)$$

ب- مشتق اصلاح‌شده برای روش نیوتن-رافسون

$$f'(x) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \Rightarrow x_2 - x_1 = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{f'(x)} \quad (2)$$

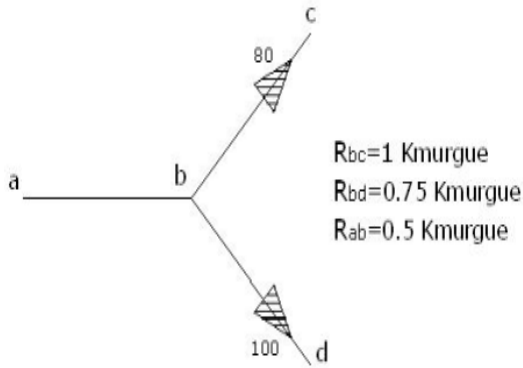
$$\begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \vdots \\ \Delta Q_L \end{bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \vdots \\ \Delta Q_L \end{bmatrix}^n - \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_L} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_L}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial f_L}{\partial \Delta Q_2} & \dots & \frac{\partial f_L}{\partial \Delta Q_L} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_L \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \vdots \\ \Delta Q_L \end{bmatrix}^n - \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ \vdots \\ Z_L \end{bmatrix}^n \quad (5)$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_L} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_L}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial f_L}{\partial \Delta Q_2} & \dots & \frac{\partial f_L}{\partial \Delta Q_L} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ \vdots \\ Z_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_L \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \vdots \\ \Delta Q_L \end{bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \vdots \\ \Delta Q_L \end{bmatrix}^n - \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ \vdots \\ Z_L \end{bmatrix}^n \quad (6)$$

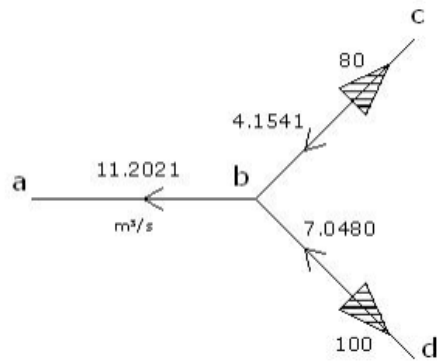
$$\begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ \vdots \\ H_L \end{bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ \vdots \\ H_L \end{bmatrix}^n - \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial H_1} & \frac{\partial f_1}{\partial H_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial H_L} \\ \frac{\partial f_2}{\partial H_1} & \frac{\partial f_2}{\partial H_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial H_L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_L}{\partial H_1} & \frac{\partial f_L}{\partial H_2} & \dots & \frac{\partial f_L}{\partial H_L} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_L \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ \vdots \\ H_L \end{bmatrix}^n - \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ \vdots \\ Z_L \end{bmatrix}^n \quad (7)$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial H_1} & \frac{\partial f_1}{\partial H_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial H_L} \\ \frac{\partial f_2}{\partial H_1} & \frac{\partial f_2}{\partial H_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial H_L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_L}{\partial H_1} & \frac{\partial f_L}{\partial H_2} & \dots & \frac{\partial f_L}{\partial H_L} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ \vdots \\ Z_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_L \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ \vdots \\ H_L \end{bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ \vdots \\ H_L \end{bmatrix}^n - \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ \vdots \\ Z_L \end{bmatrix}^n \quad (8)$$

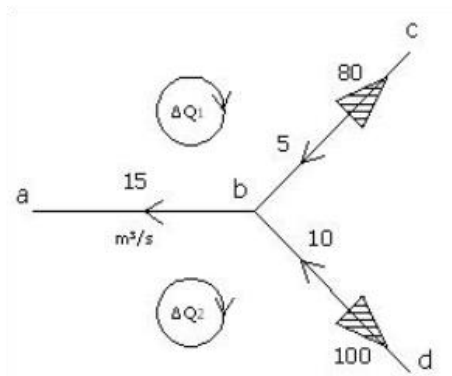
۳-۱- مدل اول



شکل ۱- شبکه تهویه فرضی مدل اول (Elahi, 2014)



شکل ۲- توزیع شدت جریان هوا توسط نرم‌افزار ونت‌سیم



شکل ۳- شدت جریان‌های فرضی هوا برای مدل اول

الف- تکرار اول محاسبات

$$\Delta Q_1 = \Delta Q_2 = 0$$

$$\begin{cases} f_1 = (5+0)^2 + 0.5 \times (15+0-0)^2 - 80 = 57.5 \\ f_2 = -0.5 \times (15+0-0)^2 - 0.75 \times (10-0)^2 + 100 = -87.5 \end{cases}$$

شبکه تهویه این فضای زیرزمینی فرضی مطابق شکل ۱ است که از دو بادبز با فشار تولیدی ۱۰۰ و ۸۰ میلی‌متر آب برخوردار است. این مدل فرضی از سه گره سطحی و یک گره زیرزمینی تشکیل شده است. ابتدا این شبکه توسط نرم‌افزار ونت‌سیم که تاکنون به‌عنوان کامل‌ترین نرم‌افزار تحلیل شبکه تهویه معادن شناخته شده، شبیه‌سازی و تحلیل شده است و سپس نتایج آن با روش دستی با الگوریتم نیوتن-رافسون در تحلیل شبکه‌های تهویه مقایسه شده است. نتیجه شبیه‌سازی نرم‌افزار ونت‌سیم برای توزیع شدت جریان هریک از شاخه‌های شبکه مذکور در شکل ۲ ارائه شده است.

برای تحلیل شدت جریان هر یک از شاخه‌ها با استفاده از روش نیوتن-رافسون نیاز به شدت جریان‌های فرضی است. این شدت جریان‌های فرضی به همراه انتخاب حلقه‌های موردنیاز شبکه در شکل ۳ نمایش داده شده است.

مراحل تحلیل معادله شدت جریان شاخه‌ها (ΔQ) با استفاده از روش نیوتن-رافسون طبق رابطه ۶ به شرح ذیل است و نتایج نهایی آن طی ۴ مرحله تکرار انجام محاسبات با نتایج حاصل از نرم‌افزار ونت‌سیم کاملاً مطابقت دارد.

$$f_1 = (Q_{bc} + \Delta Q_1)^2 + 0.5(Q_{ab} + \Delta Q_1 - \Delta Q_2)^2 - 80$$

$$f_2 = -0.5(Q_{ab} + \Delta Q_1 - \Delta Q_2)^2 - 0.75(Q_{bd} - \Delta Q_2)^2 + 100$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_1} = 2(Q_{bc} + \Delta Q_1) + (Q_{ab} + \Delta Q_1 - \Delta Q_2)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_2} = -(Q_{ab} + \Delta Q_1 - \Delta Q_2)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_2} = (Q_{ab} + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) + 1.5(Q_{bd} - \Delta Q_2)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_1} = -(Q_{ab} + \Delta Q_1 - \Delta Q_2)$$

$$\begin{bmatrix} 20.11905 & -11.6905 \\ -11.6905 & 22.90476 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.093821 \\ -10.2537 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} Z_1 = 0.060795 \\ Z_2 = -0.41664 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} -0.84651 \\ 2.940446 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} Q_{bc} = 4.153491 m^3 / s \\ Q_{ab} = 11.21304 m^3 / s \\ Q_{bd} = 7.059554 m^3 / s \end{cases}$$

ج- تکرار سوم محاسبات

$$\Delta Q_1 = -0.84651, \quad \Delta Q_2 = 2.940446$$

$$\begin{cases} f_1 = (5 - 0.84651)^2 + 0.5 \times (15 - 0.84651 \\ \quad - 2.940446)^2 - 80 = 0.11766 \\ f_2 = -0.5 \times (15 - 0.84651 - 2.940446)^2 - 0.75 \times \\ \quad (10 - 2.940446)^2 + 100 = -0.24416 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_1} = 2 \times (5 - 0.84651) + (15 - 0.84651 \\ \quad - 2.940446) = 19.52003 \\ \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_2} = -(15 - 0.84651 - 2.940446) = -11.213 \\ \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_2} = (15 - 0.84651 - 2.940446) + 1.5 \times \\ \quad (10 - 2.940446) = 21.80238 \\ \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_1} = -(15 - 0.84651 - 2.940446) = -11.213 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 19.52003 & -11.213 \\ -11.213 & 21.80238 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.117667 \\ -0.24416 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} Z_1 = -0.00057 \\ Z_2 = -0.01149 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}^3 = \begin{bmatrix} -0.84593 \\ 2.95194 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 19.52003 & -11.213 \\ -11.213 & 21.80238 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.117667 \\ -0.24416 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} Z_1 = -0.00057 \\ Z_2 = -0.01149 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}^3 = \begin{bmatrix} -0.84593 \\ 2.95194 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_1} = 2 \times (5 + 0) + (15 + 0 - 0) = 25$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_2} = -(15 + 0 - 0) = -15$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_2} = (15 + 0 - 0) + 1.5 \times (10 - 0) = 30$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_1} = -(15 + 0 - 0) = -15$$

$$\begin{bmatrix} 25.0000 & -15.000 \\ -15.000 & 30.0000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 57.5 \\ -87.5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} Z_1 = 0.785714 \\ Z_2 = -2.52381 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}^1 = \begin{bmatrix} -0.78571 \\ 2.52381 \end{bmatrix}$$

$$Q_{bc} = 4.214286 m^3 / s$$

$$Q_{ab} = 11.69048 m^3 / s$$

$$Q_{bd} = 7.47619 m^3 / s$$

ب- تکرار دوم محاسبات

$$\Delta Q_1 = -0.78571, \quad \Delta Q_2 = 2.52381$$

$$\begin{cases} f_1 = (5 - 0.78571)^2 + 0.5 \times (15 - 0.78571 \\ \quad - 2.52381)^2 - 80 = 6.093821 \\ f_2 = -0.5 \times (15 - 0.78571 - 2.52381)^2 - 0.75 \times \\ \quad (10 - 2.52381)^2 + 100 = -10.2537 \end{cases}$$

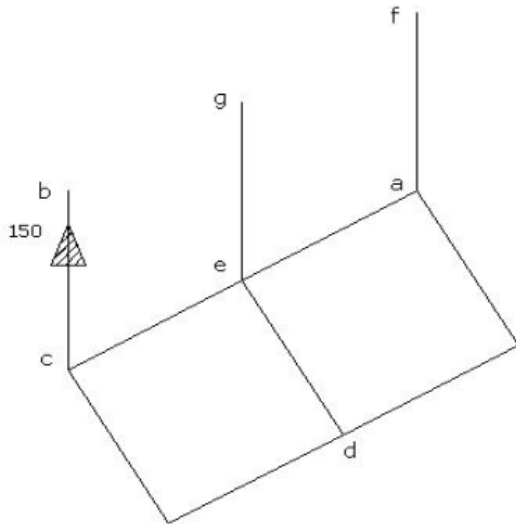
$$\frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_1} = 2 \times (5 - 0.78571) + (15 - 0.78571 \\ \quad - 2.52381) = 20.11905$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_2} = -(15 - 0.78571 - 2.52381) = -11.6905$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_2} = (15 - 0.78571 - 2.52381) + 1.5 \times \\ \quad (10 - 2.52381) = 22.90476$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_1} = -(15 - 0.78571 - 2.52381) = -11.6905$$

جریان فرضی هر شاخه از این شبکه در جدول ۱ ارائه شده است. نتیجه شبیه‌سازی نرم‌افزار ونت‌سیم برای توزیع شدت جریان هر یک از شاخه‌های شبکه مذکور در شکل ۵ نشان داده شده است. شدت جریان‌های فرضی به همراه انتخاب حلقه‌های مورد نیاز شبکه برای روش نیوتن-رافسون در شکل ۶ نمایش یافته است.



شکل ۴- شبکه تهویه فرضی مدل دوم

جدول ۱- مشخصات شبکه فرضی در مدل دوم

شاخه	مقاومت معدنی (کیلومورگ)	شدت جریان (مترمکعب بر ثانیه)
af	۰/۲۷	۱۵
bc	۰/۱۰	۳۰
cd	۰/۱۵	۲۰
da	۰/۲۲	۸
de	۰/۱۲	۱۲
ce	۰/۲۰	۱۰
Ea	۰/۱۸	۷
eg	۰/۲۵	۱۵

مراحل تحلیل معادله شدت جریان شاخه‌ها (ΔQ) با استفاده از روش نیوتن-رافسون به شرح ذیل و نتایج نهایی آن مطابق جدول ۲ طی ۶ مرحله تکرار انجام محاسبات با نتایج حاصل از نرم‌افزار ونت‌سیم کاملاً مطابقت دارد.

$$\begin{cases} Q_{bc} = 4.154065 \text{ m}^3 / \text{s} \\ Q_{ab} = 11.20212 \text{ m}^3 / \text{s} \\ Q_{bd} = 7.04806 \text{ m}^3 / \text{s} \end{cases}$$

د- تکرار چهارم محاسبات

$$\Delta Q_1 = -0.84593, \quad \Delta Q_2 = 2.95194$$

$$\begin{cases} f_1 = (5 - 0.84593)^2 + 0.5 \times (15 - 0.84593 - 2.95194)^2 - 80 = 0.023555 \\ f_2 = -0.5 \times (15 - 0.84593 - 2.95194)^2 - 0.75 \times (10 - 2.95194)^2 + 100 = -0.00018 \end{cases}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_1} = 2 \times (5 - 0.84593) + (15 - 0.84593 - 2.95194) = 19.51026$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_2} = -(15 - 0.84593 - 2.95194) = -11.2021$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_2} = (15 - 0.84593 - 2.95194) + 1.5 \times (10 - 2.95194) = 21.77421$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_1} = -(15 - 0.84593 - 2.95194) = -11.2021$$

$$\begin{bmatrix} 19.51026 & -11.2021 \\ -11.2021 & 21.77421 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.023555 \\ -0.00018 \end{bmatrix}$$

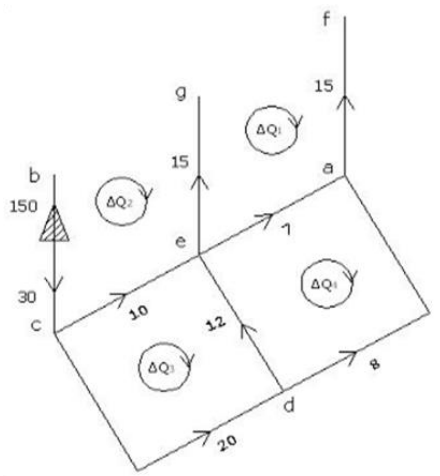
$$\begin{cases} Z_1 = -1.6\text{E}-06 \\ Z_2 = -8.1\text{E}-06 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}^4 = \begin{bmatrix} -0.84593 \\ 2.951949 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} Q_{bc} = 4.154067 \text{ m}^3 / \text{s} \\ Q_{ab} = 11.20212 \text{ m}^3 / \text{s} \\ Q_{bd} = 7.048051 \text{ m}^3 / \text{s} \end{cases}$$

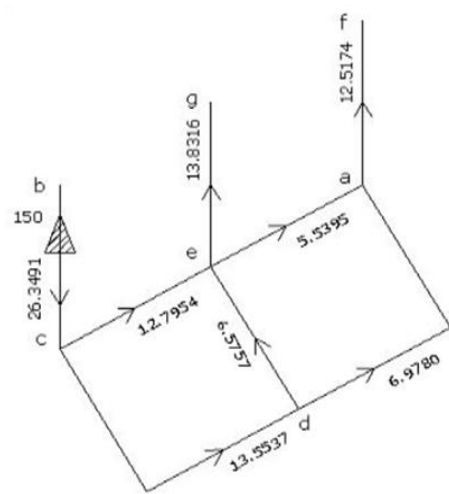
با توجه به مرحله چهارم از انجام محاسبات، مشاهده می‌شود که مقادیر Z از ارزش تقریباً صفر برخوردارند. بر این اساس تکرار محاسبات متوقف می‌شود.

۳-۲- مدل دوم

شبکه تهویه این فضای زیرزمینی فرضی مطابق شکل ۴ است که از یک بادبزن با فشار تولیدی ۱۵۰ میلی‌متر آب برخوردار است. این مدل فرضی از سه گره سطحی و چهار گره زیرزمینی تشکیل شده است. مقاومت معدنی و شدت



شکل ۶- شدت جریان‌های فرضی هوا برای مدل دوم



شکل ۵- توزیع شدت جریان هوا توسط نرم‌افزار ونت‌سیم برای مدل دوم

$$\begin{cases} f_1 = -0.27(Q_{ab} - \Delta Q_1)^2 - 0.18(Q_{ea} - \Delta Q_1 + \Delta Q_4)^2 + 0.25(Q_{eb} + \Delta Q_1 - \Delta Q_2)^2 \\ f_2 = -0.25(Q_{eb} + \Delta Q_1 - \Delta Q_2)^2 - 0.2(Q_{ce} - \Delta Q_2 + \Delta Q_3)^2 - 0.1(Q_{bc} - \Delta Q_2)^2 + 150 \\ f_3 = 0.2(Q_{ce} - \Delta Q_2 + \Delta Q_3)^2 - 0.12(Q_{de} - \Delta Q_3 + \Delta Q_4)^2 - 0.15(Q_{cd} - \Delta Q_3)^2 \\ f_4 = 0.12(Q_{de} - \Delta Q_3 + \Delta Q_4)^2 + 0.18(Q_{ea} - \Delta Q_1 + \Delta Q_4)^2 - 0.22(Q_{da} - \Delta Q_4)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_1} = 0.54(Q_{ab} - \Delta Q_1) + 0.36(Q_{ea} - \Delta Q_1 + \Delta Q_4) + 0.5(Q_{eb} + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) \\ \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_2} = -0.5(Q_{eb} + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) \\ \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_3} = 0, \quad \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_4} = -0.36(Q_{ea} - \Delta Q_1 + \Delta Q_4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_2} = 0.5(Q_{eb} + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) + 0.4(Q_{ce} - \Delta Q_2 + \Delta Q_3) + 0.2(Q_{bc} - \Delta Q_2) \\ \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_1} = -0.5(Q_{eb} + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) \\ \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_4} = 0, \quad \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_3} = -0.4(Q_{ce} - \Delta Q_2 + \Delta Q_3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial f_3}{\partial \Delta Q_3} = 0.4(Q_{ce} - \Delta Q_2 + \Delta Q_3) + 0.24(Q_{de} - \Delta Q_3 + \Delta Q_4) + 0.3(Q_{cd} - \Delta Q_3) \\ \frac{\partial f_3}{\partial \Delta Q_2} = -0.4(Q_{ce} - \Delta Q_2 + \Delta Q_3) \\ \frac{\partial f_3}{\partial \Delta Q_1} = 0, \quad \frac{\partial f_3}{\partial \Delta Q_4} = -0.24(Q_{de} - \Delta Q_3 + \Delta Q_4) \end{cases}$$

جدول ۲- نتایج مراحل روش نیوتن-رافسون برای مدل دوم

شرح	Q_{ab}	Q_{ea}	Q_{eb}	Q_{bc}	Q_{ce}	Q_{cd}	Q_{de}	Q_{da}
تکرار اول	۱۲/۵۴۵۱	۵/۷۴۳۶	۱۴/۱۶۲۸	۲۶/۷۰۷۹	۱۲/۴۴۵۵	۱۴/۲۶۲۴	۷/۴۶۰۹	۶/۸۰۱۵
تکرار دوم	۱۲/۵۶۴۲	۵/۵۷۸۶	۱۳/۸۱۵۷	۲۶/۳۷۹۹	۱۲/۷۹۷۹	۱۳/۵۸۲۰	۶/۵۹۶۳	۶/۹۸۵۶
تکرار سوم	۱۲/۵۱۵۴	۵/۵۳۸۲	۱۳/۸۳۲۷	۲۶/۳۴۸۱	۱۲/۷۹۵۰	۱۳/۵۵۳۱	۶/۵۷۶۰	۶/۹۷۷۲
تکرار چهارم	۱۲/۵۱۷۶	۵/۵۳۹۶	۱۳/۸۳۱۵	۲۶/۳۴۹۲	۱۲/۷۹۵۴	۱۳/۵۵۳۸	۶/۵۷۵۷	۶/۹۷۸۰
تکرار پنجم	۱۲/۵۱۷۴	۵/۵۳۹۴	۱۳/۸۳۱۶	۲۶/۳۴۹۰	۱۲/۷۹۵۴	۱۳/۵۵۴۰	۶/۵۷۵۷	۶/۹۷۷۹
تکرار ششم	۱۲/۵۱۷۴	۵/۵۳۹۵	۱۳/۸۳۱۶	۲۶/۳۴۹۰	۱۲/۷۹۵۴	۱۳/۵۵۴۰	۶/۵۷۵۷	۶/۹۷۸۰

جریان واقعی است. بر این اساس ضروری است، روشی برای بهبود روش نیوتن-رافسون در تحلیل شبکه‌های تهویه ارائه شود.

$$\begin{cases} f_1 = (Q_{bc} + \Delta Q_1)^2 - 0.5(Q_{ab} - \Delta Q_1 + \Delta Q_2)^2 - 80 \\ f_2 = 0.5(Q_{ab} - \Delta Q_1 + \Delta Q_2)^2 + 0.75(Q_{bd} + \Delta Q_2)^2 + 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_1} = 2(Q_{bc} + \Delta Q_1) + (Q_{ab} - \Delta Q_1 + \Delta Q_2) \\ \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_2} = -(Q_{ab} - \Delta Q_1 + \Delta Q_2) \end{cases}$$

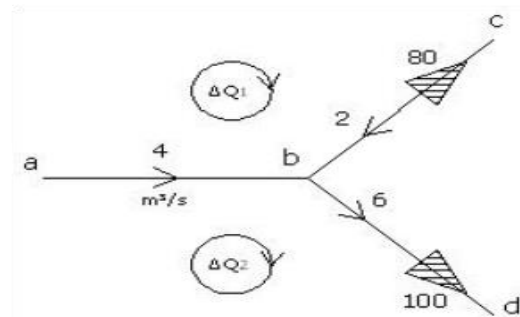
$$\begin{cases} \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_2} = (Q_{ab} - \Delta Q_1 + \Delta Q_2) + 1.5(Q_{bd} + \Delta Q_2) \\ \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_1} = -(Q_{ab} - \Delta Q_1 + \Delta Q_2) \end{cases}$$

۳-۴- مدل چهارم

شبکه تهویه این فضای زیرزمینی کاملاً مطابق شکل ۴ است؛ با این تفاوت که شدت جریان‌های فرضی این مدل در شکل ۸ نمایش داده شده است. توزیع شدت جریان واقعی برای این مدل مطابق شکل ۵ خواهد بود که پیش از این توسط نرم‌افزار ونت‌سیم ارائه شده است. با توجه به شکل‌های ۵ و ۸ ملاحظه می‌شود که جهت جریان فرضی در شاخه‌های cd و ea خلاف جهت جریان واقعی است. در این مدل نیز بررسی عملکرد روش نیوتن-رافسون در هنگام مواجهه با جریانی از هوا که در خلاف جهت جریان واقعی است، مورد نظر است.

۳-۳- مدل سوم

شبکه تهویه این فضای زیرزمینی کاملاً مطابق شکل ۱ است ولی با این تفاوت که شدت جریان‌های فرضی این مدل در شکل ۷ نشان داده شده است. توزیع شدت جریان واقعی برای این مدل مطابق شکل ۲ خواهد شد که پیش از این توسط نرم‌افزار ونت‌سیم ارائه شده است. با توجه به شکل‌های ۲ و ۶ ملاحظه می‌شود که جهت جریان فرضی در شاخه‌های ab و bd خلاف جهت جریان واقعی است؛ بنابراین هدف در این مدل بررسی عملکرد روش نیوتن-رافسون در هنگام مواجهه با جریانی از هوا که در خلاف جهت جریان واقعی است.



شکل ۷- شبکه تهویه فرضی مدل سوم (Elahi, 2014)

با توجه به این که در این مدل دو جریان هوا در خلاف جهت جریان واقعی وجود دارد در نتیجه تحلیل معادله شدت جریان شاخه‌ها (ΔQ) مطابق مدل اول نبوده بلکه به شرح ذیل است. نتایج تحلیل نهایی این مدل با استفاده از روش نیوتن-رافسون در جدول ۳ نمایش یافته است. نتایج جدول ۳ بیانگر این مطلب است که روش نیوتن-رافسون از مرحله دوم دچار واگرایی می‌شود. دلیل عدم هم‌گرایی در این مدل فقط به خاطر حضور دو جریان هوا که در جهت مخالف

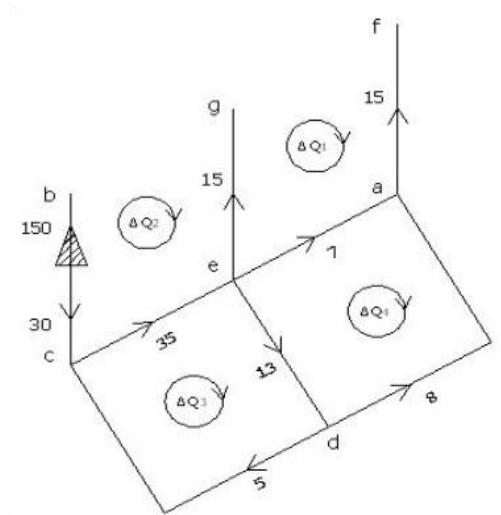
نتایج تحلیل نهایی این مدل با استفاده از روش نیوتن-رافسون برای معادله شدت جریان شاخه‌ها (ΔQ) به دلیل وجود دو جریان هوا با جهت مخالف جریان واقعی در جدول ۴ نشان داده شده است. نتایج جدول ۴ بیانگر این مطلب است که روش نیوتن-رافسون از مرحله چهارم دچار واگرایی می‌شود. دلیل عدم هم‌گرایی در این مدل نیز حضور دو جریان هوا در جهت مخالف جریان واقعی است.

جدول ۳- نتایج مراحل روش نیوتن-رافسون برای مدل سوم

ΔQ_2	ΔQ_1	Z_2	Z_1	Q_{bd}	Q_{ab}	Q_{bc}	شرح
-۸/۴۵۴۵	۶/۲۷۲۷	۸/۴۵۴۵	-۶/۲۷۲۷	-۲/۴۵۴۵	-۱۰/۷۲۷۳	۸/۲۷۲۷	تکرار ۱
۰/۰۱۲۲	۲/۵۳۸۶	-۸/۴۶۶۸	۳/۷۳۴۲	۶/۰۱۲۲	۱/۴۷۳۷	۴/۵۳۸۶	تکرار ۲
-۱۱/۶۲۹۴	۶/۶۴۵۵	۱۱/۶۴۱۶	-۴/۱۰۷۰	-۵/۶۲۹۷	-۱۴/۲۷۴۹	۸/۶۴۵۵	تکرار ۳
-۳/۵۱۳۱	۳/۷۵۵۱	-۸/۱۱۶۳	۲/۸۹۰۴	۲/۴۸۶۹	-۳/۲۶۸۲	۵/۷۵۵۱	تکرار ۴
۱۵۳/۲۰۹۷	-۵۲/۰۵۵۰	-۱۵۶/۷۲۲۸	۵۵/۸۱۰۱	۱۵۹/۲۰۹۷	۲۰۹/۲۶۴۶	-۵۰/۰۵۵۰	تکرار ۵
-۴/۰۰۷۴	۳/۹۳۱۱	۸/۱۴۴۱	-۲/۹۰۰۲	۱/۹۹۲۶	-۳/۹۳۸۵	۵/۹۳۱۱	تکرار ۱۰
-۲۴/۱۹۹۶	۱۱/۱۲۱۷	۲۲/۴۱۶۵	-۷/۹۸۲۷	-۱۸/۱۹۹۶	-۳۱/۳۲۱۳	۱۳/۱۲۱۷	تکرار ۱۵
۶/۰۴۲۸	۰/۳۵۲۲	۱۲/۳۷۶۳	-۴/۴۰۷۳	۱۲/۰۴۲۸	۹/۶۹۰۶	۲/۳۵۲۲	تکرار ۲۰
۳/۳۰۸۴	۱/۳۲۵۹	-۱۰/۴۶۶۲	۳/۷۲۷۱	۹/۳۰۸۴	۵/۹۸۲۵	۳/۳۲۵۹	تکرار ۲۵
۶۸/۹۲۶۱	-۲۲/۰۴۱۰	-۷۲/۶۸۳۳	۲۵/۸۸۳۰	۷۴/۹۲۶۱	۹۴/۹۶۷۱	-۲۰/۰۴۱۰	تکرار ۳۰
۱۴/۰۲۰۳	-۲/۴۸۸۷	-۱۹/۱۲۹۲	۶/۸۱۲۱	۲۰/۰۲۰۳	۲۰/۵۰۹۰	-۰/۴۸۸۷	تکرار ۳۵
-۲/۳۲۰۴	۳/۳۳۰۴	۸/۱۷۲۹	-۲/۹۱۰۴	۳/۶۷۹۶	-۱/۶۵۰۸	۵/۳۳۰۴	تکرار ۴۰
-۱۲/۶۵۴۷	۷/۰۱۰۵	۱۲/۳۸۰۸	-۴/۴۰۸۹	-۶/۶۵۴۷	-۱۵/۶۶۵۲	۹/۰۱۰۵	تکرار ۴۵
-۱۰/۰۵۲۲	۶/۰۸۳۷	۱۰/۵۵۳۸	-۳/۷۵۸۳	-۴/۰۵۲۲	-۱۲/۱۳۵۹	۸/۰۸۳۷	تکرار ۵۰

۴- روش نیوتن-رافسون با جهت‌های متغیر

چنان که بیان شد یکی از روش‌های حل معادلات غیرخطی در محاسبات عددی استفاده از روش نیوتن-رافسون است که بر پایه تعریف مشتق استوار است. طبق رابطه ۱ مقدار x_2 در علم ریاضیات می‌تواند مثبت، صفر یا منفی شود. اگر مقدار x_2 منفی شود آیا در تحلیل شبکه تهویه می‌تواند سبب همگرایی شود؟ تعدادی از محققین مثال‌هایی را مطرح کردند که مقدار x_2 منفی، توانسته است سبب همگرایی در تحلیل شبکه‌های تهویه شود (Madani&Maleki, 2007; Madani&Maleki, 2008) ولی آیا به نتایج حاصل از این مدل‌های شبکه تهویه می‌توان اطمینان کرد. اگر همان مثال‌های مطرح شده، توسط روش هاردی کراس یا نرم‌افزار ونت‌سیم حل شود نتایج دیگری تولید می‌شود؛ بنابراین اعتبارسنجی نتایج نهایی در این مدل‌ها به‌طور کامل انجام نشده است.



شکل ۸- شبکه تهویه فرضی مدل چهارم

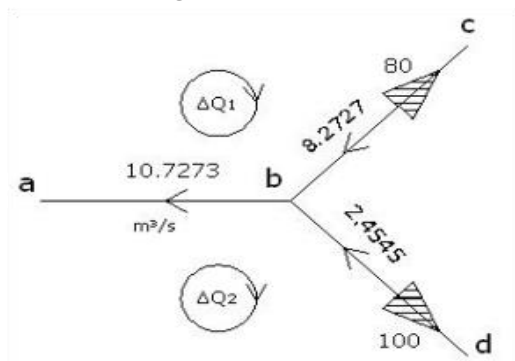
جدول ۴- نتایج مراحل روش نیوتن-رافسون برای مدل چهارم

شرح	Q_{af}	Q_{ea}	Q_{eg}	Q_{bc}	Q_{ce}	Q_{cd}	Q_{de}	Q_{da}
تکرار ۱	۱۳/۳۷۵۶	۴/۳۶۷۹	۱۳/۷۵۰۰	۲۷/۱۲۵۳	۱۹/۶۶۹۵	-۷/۴۵۵۸	۱/۵۵۱۶	۹/۰۰۷۴
تکرار ۲	۱۷/۱۸۴۰	۷/۹۸۷۴	۱۹/۱۵۰۲	۳۶/۳۳۴۲	۲/۴۷۱۹	-۳۳/۸۶۲۳	-۲۴/۶۶۵۶	۹/۱۹۶۶
تکرار ۳	۱۵/۱۷۸۱	۳/۴۷۶۳	۱۵/۰۴۸۹	۳۰/۲۲۷۰	۱۱/۲۹۹۴	-۱۸/۹۲۷۶	-۷/۲۲۵۸	۱۱/۷۰۱۸
تکرار ۴	۱۰/۹۲۰۹	۰/۸۱۶۰	۱۱/۶۱۱۵	۲۲/۵۳۲۴	۲۲/۱۱۰۰	-۰/۴۲۲۴	۹/۶۸۲۵	۱۰/۱۰۴۹
تکرار ۵	۱۴/۰۶۱۸	۳/۷۰۴۵	۱۴/۵۸۴۳	۲۸/۶۴۶۰	۱۳/۳۹۶۹	-۱۵/۲۴۹۱	-۴/۸۹۱۹	۱۰/۳۵۷۳
تکرار ۱۰	۱۴/۲۳۳۱	۳/۷۸۶۶	۱۵/۱۴۹۹	۲۹/۳۸۳۱	۱۲/۱۳۸۵	-۱۷/۲۴۴۵	-۶/۷۹۸۰	۱۰/۴۴۶۵
تکرار ۱۵	۲۲/۰۶۱۲	۱۲/۳۱۲۶	۲۴/۳۲۸۱	۴۶/۳۸۹۳	-۱۲/۶۶۶۱	-۵۹/۰۵۵۴	-۴۹/۳۰۶۸	۹/۷۴۸۶
تکرار ۲۰	۹/۶۸۶۰	-۱/۱۰۹۹	۹/۲۷۹۸	۱۸/۹۶۵۹	۲۷/۶۵۰۶	۸/۶۸۴۸	۱۹/۴۸۰۷	۱۰/۷۹۶۰
تکرار ۲۵	۸/۷۹۹۸	-۲/۰۹۹۷	۱۰/۰۰۹۶	۱۸/۸۰۹۵	۲۷/۷۰۶۹	۸/۸۹۷۴	۱۹/۷۹۷۰	۱۰/۸۹۹۶
تکرار ۳۰	۸/۹۱۰۰	-۱/۶۲۱۱	۶/۲۸۹۳	۱۵/۱۹۹۴	۳۲/۹۸۲۳	۱۷/۷۸۲۹	۲۸/۳۱۴۱	۱۰/۵۳۱۲
تکرار ۳۵	۱۴/۰۰۵۱	۳/۵۷۲۲	۱۴/۶۹۵۰	۲۸/۷۰۰۱	۱۳/۱۴۵۲	-۱۵/۵۵۴۹	-۵/۱۲۲۰	۱۰/۴۳۲۹
تکرار ۴۰	۱۷/۴۳۷۲	۷/۲۰۰۹	۱۹/۰۰۶۳	۳۶/۴۴۳۵	۱/۶۹۴۸	-۳۴/۷۴۸۷	-۲۴/۵۱۲۴	۱۰/۲۳۶۳
تکرار ۴۵	۱۲/۵۸۶۵	۲/۰۳۳۱	۱۳/۲۱۴۸	۲۵/۸۰۱۳	۱۷/۴۱۷۱	-۸/۳۸۴۲	۲/۱۶۹۲	۱۰/۵۵۳۴
تکرار ۵۰	۱۶/۱۰۸۴	۵/۵۱۲۹	۱۷/۰۶۵۵	۳۳/۱۷۳۹	۶/۶۷۷۶	-۲۶/۴۹۶۳	-۱۵/۹۰۰۹	۱۰/۵۹۵۵

این مدل به ترتیب در شکل‌های ۱ و ۷ نمایش داده شده است. تحلیل این شبکه تهویه بر اساس روش نیوتن-رافسون که در جدول ۳ نشان داده شده است، حاکی از این است که دو شدت جریان‌های منفی از مرحله اول تولید شده‌اند؛ بنابراین باید اصلاحات ذکر شده بر روی مدل انجام شود.

مرحله اول: تصحیح شدت جریان‌های منفی تولید شده است که در این مرحله، جهت جریان هر یک از شاخه‌های مذکور معکوس شود. نتیجه مربوط به تصحیح مرحله اول در شکل ۹ نمایش داده شده است.

مرحله دوم: تصحیح معادله شدت جریان شاخه‌ها (ΔQ) بر اساس شکل ۹ به شرح زیر است.



شکل ۹- تصحیح مرحله اول از روش نیوتن-رافسون با جهت‌های متغیر برای مثال اول

اعتبارسنجی انجام شده در مدل‌های سوم و چهارم از بخش سه نشان می‌دهد که تحلیل معادله ΔQ در شبکه تهویه فضاهای زیرزمینی بر اساس روش نیوتن-رافسون نمی‌تواند به هم‌گرایی برسد و دچار واگرایی شده است. این عمل به خاطر بی‌معنی بودن مقدار x_2 منفی در تحلیل شبکه تهویه است؛ بنابراین مقدار Q_2 منفی در شبکه تهویه فضاهای زیرزمینی نمی‌تواند بی‌معنی باشد در نتیجه ضروری است، روش نیوتن-رافسون برای تحلیل شبکه‌های تهویه، بهبود یابد؛ پس این روش با جهت‌های متغیر مطرح شده است و تصحیحات لازم طی دو مرحله به شرح زیر انجام می‌شود.

در مرحله اول، در صورت مواجه با مقدار Q_2 منفی در هر شاخه از شبکه تهویه لازم است جهت جریان هوا در آن شاخه معکوس شود.

در مرحله دوم، معادلات شدت جریان شاخه‌ها (ΔQ) (روابط ۵ و ۶) بر اساس جهت جریان‌های جدید هوا تصحیح می‌شود.

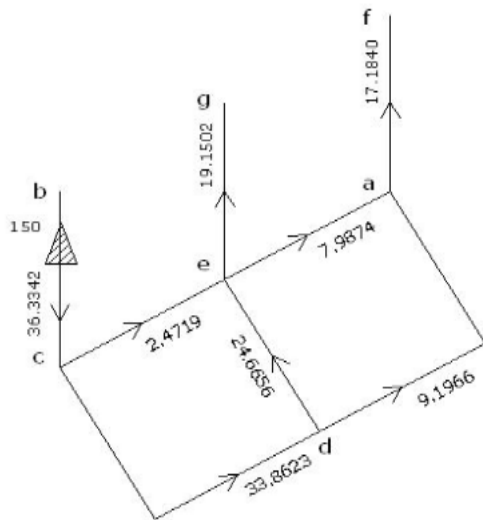
مثال‌های زیر برای درک بهتر روش نیوتن-رافسون با جهت‌های متغیر ارائه شده است.

۴-۱- مثال اول

شبکه تهویه این فضای زیرزمینی و شدت جریان‌های فرضی

داده شده است، حاکی از این است که یک شدت جریان منفی از مرحله اول و دیگری در مرحله دوم تولید شده است؛ بنابراین باید اصلاحات ذکرشده بر روی این مدل انجام شود.

مرحله اول: تصحیح شدت جریان‌های منفی تولید شده است که در این مرحله، جهت جریان هر یک از شاخه‌های مذکور معکوس شود. نتیجه مربوط به تصحیح مرحله اول در شکل ۱۰ نمایش داده شده است.



شکل ۱۰- تصحیح مرحله اول از روش نیوتن-رافسون با جهت‌های متغیر برای مثال دوم

مرحله دوم: تصحیح معادله شدت جریان شاخه‌ها (ΔQ) بر اساس شکل ۱۰ به شرح زیر است.

نتایج تحلیل معادله شدت جریان شاخه‌ها (ΔQ) با استفاده از روش نیوتن-رافسون با جهت‌های متغیر طی ۷ مرحله تکرار محاسبات در جدول ۶ درج شده است. این نتایج با نتایج حاصل از نرم‌افزار ونت‌سیم که در شکل ۵ نمایش داده شده، کاملاً مطابقت دارد.

$$\begin{cases} Q_{ab} = 10.7273 \text{ m}^3 / \text{s} \\ Q_{bc} = 8.2727 \text{ m}^3 / \text{s} \\ Q_{bd} = 2.4545 \text{ m}^3 / \text{s} \\ f_1 = (Q_{bc} + \Delta Q_1)^2 + 0.5(Q_{ab} + \Delta Q_1 - \Delta Q_2)^2 - 80 \\ f_2 = -0.5(Q_{ab} + \Delta Q_1 - \Delta Q_2)^2 - 0.75(Q_{bd} - \Delta Q_2)^2 + 100 \\ \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_1} = 2(Q_{bc} + \Delta Q_1) + (Q_{ab} + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) \\ \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_2} = -(Q_{ab} + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) \\ \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_2} = (Q_{ab} + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) + 1.5(Q_{bd} - \Delta Q_2) \\ \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_1} = -(Q_{ab} + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) \end{cases}$$

نتایج تحلیل معادله شدت جریان شاخه‌ها (ΔQ) با استفاده از روش نیوتن-رافسون با جهت‌های متغیر طی ۴ مرحله تکرار محاسبات در جدول ۵ درج شده است. این نتایج با نتایج حاصل از نرم‌افزار ونت‌سیم که در شکل ۲ نمایش داده شده، کاملاً مطابقت دارد.

۴-۲- مثال دوم

شبکه تهویه فضای زیرزمینی ذکرشده در مدل چهارم از فصل ۳ و شدت جریان‌های فرضی این مدل به ترتیب در شکل‌های ۴ و ۸ نمایش داده شده است. تحلیل این شبکه تهویه بر اساس روش نیوتن-رافسون که در جدول ۴ نشان

جدول ۵- نتایج مراحل روش نیوتن-رافسون با جهت‌های متغیر برای مثال اول

ΔQ_2	ΔQ_1	Z_2	Z_1	Q_{bd}	Q_{ab}	Q_{bc}	شرح
-۵/۴۹۸۵	-۳/۸۴۸۵	۵/۴۹۸۵	۳/۸۴۸۵	۷/۹۵۳۰	۱۲/۳۷۷۳	۴/۴۲۴۲	تکرار ۱
-۴/۶۴۳۸	-۴/۱۱۲۰	-۰/۸۵۴۷	۰/۲۶۳۵	۷/۰۹۸۳	۱۱/۲۵۹۱	۴/۱۶۰۷	تکرار ۲
-۴/۵۹۳۷	-۴/۱۱۸۷	-۰/۰۵۰۱۳	۰/۰۰۶۶۵	۷/۰۴۸۲	۱۱/۲۰۲۳	۴/۱۵۴۱	تکرار ۳
-۴/۵۹۳۵	-۴/۱۱۸۷	-۰/۰۰۰۱۷	-۰/۰۰۰۰۱	۷/۰۴۸۰	۱۱/۲۰۲۱	۴/۱۵۴۱	تکرار ۴

$$\left\{ \begin{aligned} f_1 &= -0.27(Q_{ab} - \Delta Q_1)^2 - 0.18(Q_{ea} - \Delta Q_1 + \Delta Q_4)^2 + 0.25(Q_{eb} + \Delta Q_1 - \Delta Q_2)^2 \\ f_2 &= -0.25(Q_{eb} + \Delta Q_1 - \Delta Q_2)^2 - 0.2(Q_{ce} - \Delta Q_2 + \Delta Q_3)^2 - 0.1(Q_{bc} - \Delta Q_2)^2 + 150 \\ f_3 &= 0.2(Q_{ce} - \Delta Q_2 + \Delta Q_3)^2 - 0.12(Q_{de} - \Delta Q_3 + \Delta Q_4)^2 - 0.15(Q_{cd} - \Delta Q_3)^2 \\ f_4 &= 0.12(Q_{de} - \Delta Q_3 + \Delta Q_4)^2 + 0.18(Q_{ea} - \Delta Q_1 + \Delta Q_4)^2 - 0.22(Q_{da} - \Delta Q_4)^2 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_1} &= 0.54(Q_{ab} - \Delta Q_1) + 0.36(Q_{ea} - \Delta Q_1 + \Delta Q_4) + 0.5(Q_{eb} + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) \\ \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_2} &= -0.5(Q_{eb} + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) \\ \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_3} &= 0, \quad \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_4} = -0.36(Q_{ea} - \Delta Q_1 + \Delta Q_4) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_2} &= 0.5(Q_{eb} + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) + 0.4(Q_{ce} - \Delta Q_2 + \Delta Q_3) + 0.2(Q_{bc} - \Delta Q_2) \\ \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_1} &= -0.5(Q_{eb} + \Delta Q_1 - \Delta Q_2) \\ \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_4} &= 0, \quad \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_3} = -0.4(Q_{ce} - \Delta Q_2 + \Delta Q_3) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial f_3}{\partial \Delta Q_3} &= 0.4(Q_{ce} - \Delta Q_2 + \Delta Q_3) + 0.24(Q_{de} - \Delta Q_3 + \Delta Q_4) + 0.3(Q_{cd} - \Delta Q_3) \\ \frac{\partial f_3}{\partial \Delta Q_2} &= -0.4(Q_{ce} - \Delta Q_2 + \Delta Q_3) \\ \frac{\partial f_3}{\partial \Delta Q_1} &= 0, \quad \frac{\partial f_3}{\partial \Delta Q_4} = -0.24(Q_{de} - \Delta Q_3 + \Delta Q_4) \end{aligned} \right.$$

جدول ۶- نتایج مراحل روش نیوتن-رافسون با جهت‌های متغیر برای مثال دوم

Q_{da}	Q_{de}	Q_{cd}	Q_{ce}	Q_{bc}	Q_{eg}	Q_{ea}	Q_{af}	شرح
۶/۱۱۸۷	۱۱/۹۶۸۱	۱۸/۰۸۶۸	۱۰/۹۲۵۵	۲۹/۰۱۲۲	۱۶/۰۰۹۴	۶/۸۸۴۱	۱۳/۰۰۲۸	تکرار ۱
۶/۸۰۷۶	۷/۳۰۷۸	۱۴/۱۱۵۴	۱۲/۶۳۰۳	۲۶/۷۴۵۷	۱۳/۹۵۸۳	۵/۹۷۹۷	۱۲/۷۸۷۳	تکرار ۲
۶/۹۹۳۰	۶/۵۸۹۷	۱۳/۵۸۲۷	۱۲/۸۰۳۵	۲۶/۳۸۶۱	۱۳/۸۰۱۰	۵/۵۹۲۲	۱۲/۵۸۵۲	تکرار ۳
۶/۹۷۵۷	۶/۵۷۶۳	۱۳/۵۵۲۱	۱۲/۷۹۴۲	۲۶/۳۴۶۳	۱۳/۸۳۴۷	۵/۵۳۵۸	۱۲/۵۱۱۶	تکرار ۴
۶/۹۷۸۳	۶/۵۷۵۷	۱۳/۵۵۳۹	۱۲/۷۹۵۵	۲۶/۳۴۹۵	۱۳/۸۳۱۲	۵/۵۴۰۰	۱۲/۵۱۸۳	تکرار ۵
۶/۹۷۷۹	۶/۵۷۵۷	۱۳/۵۵۳۷	۱۲/۷۹۵۳	۲۶/۳۴۹۰	۱۳/۸۳۱۷	۵/۵۳۹۴	۱۲/۵۱۷۳	تکرار ۶
۶/۹۷۸۰	۶/۵۷۵۷	۱۳/۵۵۳۷	۱۲/۷۹۵۴	۲۶/۳۴۹۱	۱۳/۸۳۱۶	۵/۵۳۹۵	۱۲/۵۱۷۴	تکرار ۷

۵- نتیجه‌گیری

روش نیوتن-رافسون یکی از روش‌های تقریبی ریاضی است که برای تحلیل شبکه تهویه فضاهای زیرزمینی ارائه شده ولی اعتبارسنجی آن تاکنون به‌طور دقیق انجام نشده است. نتایج مطالعات انجام‌شده در این مقاله، بیانگر این مطلب است که در برخی از مدل‌ها، روش نیوتن-رافسون قادر به برآورد مقدار شدت جریان واقعی در تحلیل شبکه‌های تهویه فضاهای زیرزمینی نیست.

با توجه به شبکه تهویه در شکل‌های ۳ و ۶ اگر در شبکه‌ای جهت جریان‌های فرضی مطابق جهت جریان‌های واقعی باشد در این صورت با اطمینان کامل می‌توان ادعا کرد که سریع‌ترین روش برای رسیدن به جواب نهایی در تحلیل شبکه‌های تهویه فضاهای زیرزمینی استفاده از روش نیوتن-رافسون است.

با توجه به شبکه تهویه در شکل‌های ۷ و ۸ اگر در برخی از شاخه‌های شبکه‌ای جهت جریان هوای فرضی در جهت خلاف جریان واقعی باشد در این صورت استفاده از

روش نیوتن-رافسون در تحلیل شبکه‌های تهویه فضاهای زیرزمینی برای رسیدن به جواب نهایی دچار واگرایی می‌شود. به بیان دیگر در این گونه مدل‌ها این روش قادر به یافتن شدت جریان‌های واقعی در شبکه تهویه نیست و نیاز به بهبود این روش احساس می‌شود.

بنابراین روش نیوتن-رافسون با جهت‌های متغیر مطرح و مراحل تصحیح آن طی دو مرحله انجام می‌شود. در مرحله اول، شدت جریان‌های منفی تولیدشده درون شبکه شناسایی شده و جهت آن‌ها درون شبکه معکوس می‌شود.

در مرحله دوم تصحیح معادله شدت جریان شاخه‌ها (ΔQ) بر اساس شبکه فرضی جدید انجام می‌شود و سپس محاسبات مربوطه تکرار می‌شود.

تحلیل شبکه تهویه در شکل‌های ۷ و ۸ با استفاده از روش نیوتن-رافسون با جهت‌های متغیر بیانگر این مطلب است که مدل جدید قادر به یافتن شدت جریان‌های واقعی در شبکه تهویه بوده و قادر است مدل را از حالت واگرایی به سمت هم‌گرایی سوق دهد.

۶- سیاهه نمادها

در جدول ۷، فهرست نمادها آورده شده است.

جدول ۷- سیاهه نمادها

شرح	نماد
حدس اولیه	x_1
جواب مرحله بعد	x_2
مقدار تابع بر اساس حدس اولیه	$f(x_1)$
مقدار تابع بر اساس جواب نهایی (معادل صفر)	$f(x_2)$
مقدار مشتق تابع	$f'(x_1)$
تعداد حلقه‌های مفید	N_R
تعداد شاخه‌ها در شبکه تهویه	N_B
تعداد گره‌های زیرزمینی در شبکه تهویه	N_U
مقدار خطای شدت جریان هر حلقه	ΔQ_i
مقدار افت فشار هر حلقه	f_i
نسبت مشتق افت فشار هر حلقه بر شدت جریان شاخه‌های وابسته به آن	$\frac{\partial f_i}{\partial \Delta Q_i}$
مقدار دقت محاسبات برآورد شده برای هر حلقه	Z_i

۷- مراجع

- Bhamidipati, S. S., & Procarione, J. A. (1985). *Linear Analysis for the Solution of Flow Distribution Problems. Proceedings of the 2nd US Mine Ventilation Symposium*(pp. 645-654). Mousset_Jones, P. (Ed.), Rotterdam, Netherlands.
- Collins, M., Cooper, L., Helgason, R., Kennington, J., & LeBlanc, L. (1978). *Solving the Pipe Network Analysis Problem Using Optimization Techniques. Management Science*, 24, 747-760.
- Cross, H. (1936). *Analysis of Flow in Networks of Conduits or Conductors. Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbane, Bulletin* 286, 1-32.
- Elahi, E. (2014). *The Principles of Designing Ventilation in Mines. Publication of JIHAD AMIRKABIR University*.
- Hu, W., & Longson, I. (1990). *The Optimization of Airflow Distribution in Ventilation Networks Using a Nonlinear Programming Method. Mining Science and Technology*, 10(2), 209-219.
- Kamba, G. M., Jacques, E., & Patigny, J. (1995). *Application of the Simplex Method to the Optimal Adjustment of the Parameters of A Ventilation Network. Proceedings of the 7th US Mine Ventilation Symposium*(pp. 461-465). Wala, A. M. (Ed.), SME, Littleton, Co.
- Madani, H. (2003). *Mines Ventilation. Vol. 2, Tehran: Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic) Press*.
- Madani, H. (2006). *Mines Ventilation. Vol. 1, Print 5, Tehran: University Center Pub*.
- Madani, H., & Maleki, B. (2007). *Analysis of Mines Ventilation Network by Newton-Raphson method based on the ΔQ equations. Journal of AmirKabir University*, 66(c), 97-102.
- Madani, H., & Maleki, B. (2008). *Analysis of Mines Ventilation Network by Newton-Raphson method based on the H equations. Journal of Mine Eng.* 3(5), 71-77.
- Wang, Y. J. (1989). *A Procedure for Solving A More Generalized System of Mine Ventilation Network Equations. Proceedings of the 4th US. Mine Ventilation Symposium*(pp. 419-424). SME, Littleton, Co.
- Wang, Y. J. (1982). *Critical Path Approach to Mine Ventilation Networks with Controlled Flow. Trans. SME-AIME*, 272, 1862-72.
- Wang, Y. J. (1984). *A Non-Linear Programming Formulation for Mine Ventilation Networks with Natural Splitting. International Journal of Rock Mechanics and Mining Science*, 21(1), 42-3-45.
- Wang, Y. J., (1990). *Solving Mine Ventilation Networks with Fixed and Non-Fixed Branches. Mining Engineering*, 42(12), 1342-1346.

Extension of Newton-Raphson Method with Variable Directions in Ventilation Network Analysis of Underground Excavations

E. Elahi¹

1. Faculty of Mining Engineering; University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran

*Received: 22 Jun 2016; Accepted: 16 Mar 2019
DOI: 10.22044/TUSE.2019.4495.1271*

Keywords

*Underground Excavation
Ventilation
Computer Method
Newton-Raphson Method*

Extended Abstract

Summary

Computer method is one of the ventilation network design methods in underground excavations. Computer method has been designed based on mathematical approximate methods. Methods such as Newton-Raphson method, Hardy Cross method and its modified versions, critical path, linear analysis, non-linear programming and optimization techniques are considered as some mathematical approximate methods. Newton-Raphson method is one of the methods of solving nonlinear equations in numerical calculations. This method is designed based on the definition of derivative and its correction. Using Newton-Raphson method for the analysis of ventilation networks in underground excavations has been common. However, so far, perfect investigation of this method has not been carried out. The purpose of this paper is to investigate Newton-Raphson method and its improvement in the analysis of ventilation networks in underground excavations. The analysis indicates that this method in some models is unable to find the final true answer because instead of convergence, it diverges. Thus, the improvement of this method seems to be necessary.

Introduction

Ventilation design of underground excavations is done based on preparing underground excavation map, identification of branches and injunctions in ventilation network, calculation of mine resistance for any of branches, calculation of air flow quantity for any of branches, calculation of pressure loss for any of branches, calculation of natural ventilation, network adjustment, selection of regulator doors and selection of main fans. Various methods have been presented such a manual and computer methods for the analysis of ventilation networks of underground excavations. The choice of analysis method depends on the purpose of ventilation network analysis.

Methodology and Approaches

One of the methods for solving nonlinear equations in numerical calculations is Newton-Raphson method. This method is designed based on the definition of derivative and its correction. In this method, the error amount of the initial guess is calculated for purpose function, and then, the initial guess is corrected. In this method, based on the equation ΔQ and injunction rules, supposition flow quantity for any of branches is supposed. Based on the ventilation network fans and mathematical approximate equations, the error of any ring in the ventilation network is calculated, and then, supposition flow quantity is corrected. Based on the mathematical equations, correction operations of air flow quantity are repeated until the calculation accuracy becomes equal to or smaller than the calculation error.

Results and Conclusions

Newton-Raphson method is one of solution methods in ventilation networks analysis. Convergence to the

final solution in this method depends on supposition flow quantity, the direction of supposition flow and the arrangement of ring selection. If the direction of the hypothetical flow in the network is in accordance with the actual flow direction, the fastest method for reaching the final solution in the analysis of underground ventilation networks will be the use of Newton-Raphson method. However, if the direction of the hypothetical flow in the network is not in accordance with the actual flow direction, the validation of this method will indicate that this method in some models becomes divergent. Therefore, improvement of Newton-Raphson method is necessary. The improvement of Newton-Raphson method in this paper is made in two stages. The first stage is the identification of negative flow intensity, and then, the flow direction is reversed. In the second stage, the correction of the equation ΔQ is performed, and then, the calculations are repeated.
